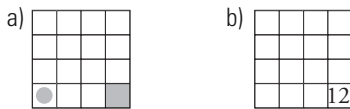
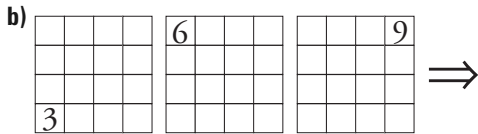
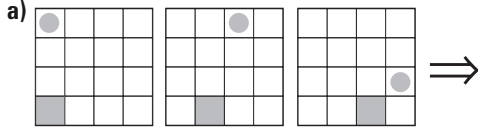


3. Sucesiones y progresiones

1. SUCESIONES

PIENSA Y CALCULA

Dibuja en tu cuaderno el siguiente elemento de las series siguientes:



CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: $423,7 : 0,72$

$C = 588,47; R = 0,0016$

APLICA LA TEORÍA

1. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) 3, 8, 13, 18... b) 8, 4, 0, -4...
 c) 2, -2, 2, -2... d) 1/2, 1/4, 1/6, 1/8...

- a) 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48
 b) 8, 4, 0, -4, -8, -12, -16, -20, -24, -28
 c) 2, -2, 2, -2, 2, -2, 2, -2, 2, -2
 d) 1/2, 1/4, 1/6, 1/8, 1/10, 1/12, 1/14, 1/16, 1/18, 1/20

2. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) 2, 1, 2, 4, 2, 7... b) 1, 1, 2, 3, 5, 8...
 c) 2, 1, 4, 3, 6, 5... d) 1, -2, 4, -8...

- a) 2, 1, 2, 4, 2, 7, 2, 10, 2, 13
 b) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55
 c) 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7, 10, 9
 d) 1, -2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256, -512

3. Calcula los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) $a_n = 3n + 2$ b) $a_n = (n + 1)^2$
 c) $a_n = 3 \cdot 2^n$ d) $a_n = (-2)^n$

- a) 5, 8, 11, 14
 b) 4, 9, 16, 25
 c) 6, 12, 24, 48
 d) -2, 4, -8, 16

4. Halla los cuatro primeros términos positivos de las sucesiones siguientes y trata de hallar mentalmente la fórmula del término general.

- a) Números pares. b) Números impares.
 c) Múltiplos de 5 d) Cubos perfectos.

- a) 2, 4, 6, 8 $\Rightarrow a_n = 2n$
 b) 1, 3, 5, 7 $\Rightarrow a_n = 2n - 1$
 c) 5, 10, 15, 20 $\Rightarrow a_n = 5n$
 d) 1, 8, 27, 64 $\Rightarrow a_n = n^3$

2. PROGRESIONES ARITMÉTICAS

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente la suma de los 100 primeros números naturales. Observa que la suma de los términos equidistantes de los extremos son iguales.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$1 + 100 = 101, \quad 2 + 99 = 101, \quad 3 + 98 = 101 \dots$$

$$101 \cdot 50 = 5050$$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{7}{5} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{8} : \frac{9}{4} = \frac{10}{3}$

APLICA LA TEORÍA

5. Encuentra el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

- a) 5, 9, 13, 17... b) 6, 3, 0, -3...
 c) 2/3, 1/3, 0, -1/3... d) 1/2, 1, 3/2, 2...

- a) $a_1 = 5, d = 4$
 $a_n = 5 + 4(n - 1) = 4n + 1$
 b) $a_1 = 6, d = -3$
 $a_n = 6 - 3(n - 1) = -3n + 9$
 c) $a_1 = 2/3, d = -1/3$
 $a_n = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}(n - 1) = 1 - \frac{n}{3}$
 d) $a_1 = 1/2, d = 1/2$
 $a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(n - 1) = \frac{n}{2}$

6. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es $a_1 = 6$ y $d = 2,5$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n = 6 + 2,5(n - 1) = 2,5n + 3,5$$

6; 8,5; 11

7. En la progresión 5, 9, 13, 17..., ¿qué término vale 49?

$$a_1 = 5, d = 4$$

$$a_n = 4n + 1$$

$$4n + 1 = 49 \Rightarrow n = 12$$

8. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_5 = 19$ y $a_8 = 28$. Calcula la diferencia y el primer término.

$$a_1 + 4d = 19$$

$$a_1 + 7d = 28$$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:

$$3d = 9 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 + 4 \cdot 3 = 19 \Rightarrow a_1 = 7$$

9. Calcula la suma de los 25 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es:

$$a_n = 2n + 6$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_1 = 2 + 6 = 8$$

$$a_{25} = 50 + 6 = 56$$

$$S = \frac{8 + 56}{2} \cdot 25 = 800$$

10. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es:

$$a_n = 3n/2 + 2$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_1 = 3/2 + 2 = 7/2$$

$$a_{12} = 18 + 2 = 20$$

$$S = \frac{7/2 + 20}{2} \cdot 12 = 141$$

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente los dos términos siguientes de cada una de estas sucesiones:

- a) 3, 6, 12, 24... b) 20, 10, 5, 5/2...
 c) 3, 3, 3, 3... d) 5, -5, 5, -5...

- a) 48, 96 b) 5/4, 5/8
 c) 3, 3 d) 5, -5

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 34,25 : 9,6

$$C = 3,56; R = 0,074$$

APLICA LA TEORÍA

11. Encuentra el término general de las siguientes progresiones geométricas:

- a) 5, 15, 45, 135... b) 6, 3, 3/2, 3/4...

a) $a_1 = 5, r = 3 \Rightarrow a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$
 b) $a_1 = 6, r = 1/2 \Rightarrow a_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

12. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 4$ y la razón $r = 5$, calcula:

- a) a_6 b) a_{10} c) a_n

a) $a_6 = 4 \cdot 5^5$ b) $a_{10} = 4 \cdot 5^9$ c) $a_n = 4 \cdot 5^{n-1}$

13. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones geométricas:

- a) 1/5, 1/25, 1/125, 1/625...
 b) 3, 2, 4/3, 8/9, 16/27...

a) $a_1 = 1/5, r = 1/5 \Rightarrow |1/5| < 1 \Rightarrow S = \frac{1/5}{1 - 1/5} = 1/4$

b) $a_1 = 3, r = 2/3 \Rightarrow |2/3| < 1 \Rightarrow S = \frac{3}{1 - 2/3} = 9$

14. En la progresión geométrica 2, 4, 8, 16, 32..., ¿qué término vale 1 024?

$$a_1 = 2, r = 2 \text{ y } a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$$

$$2 \cdot 2^{n-1} = 1024$$

$$2^n = 2^{10}$$

$$n = 10$$

15. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene $a_4 = 135$ y $a_6 = 1215$

$$\left. \begin{aligned} a_1 \cdot r^3 &= 135 \\ a_1 \cdot r^5 &= 1215 \end{aligned} \right\}$$

Dividiendo la 2.ª ecuación entre la 1.ª:

$$r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

16. Calcula la suma de los 10 primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

- a) 2, 14, 98, 686... b) 3, -6, 12, -24...

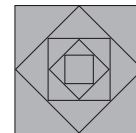
a) $a_1 = 2, r = 7, a_{10} = 2 \cdot 7^9$
 $S_{10} = \frac{2 \cdot 7^9 \cdot 7 - 2}{7 - 1} = 94\,158\,416$

b) $a_1 = 3, r = -2, a_{10} = 3 \cdot (-2)^9$
 $S_{10} = \frac{3 \cdot (-2)^9 \cdot (-2) - 3}{(-2) - 1} = -1023$

17. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 6 y su primer término es 4. Halla la razón.

$$\frac{4}{1 - r} = 6 \Rightarrow r = 1/3$$

18. Si en un cuadrado de área 8 m² se unen los puntos medios, se obtiene otro cuadrado, y así sucesivamente. Calcula la sucesión de las áreas de dichos cuadrados. ¿Qué tipo de progresión es?



8, 4, 2, 1... Es una progresión geométrica decreciente de razón: $r = 1/2$

4. APLICACIONES: INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

PIENSA Y CALCULA

Si se depositan en una libreta de ahorro 1 000 € y se paga un 5% de interés anual, ¿cuánto dinero producen al cabo de un año?

$$50 \text{ €}$$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{2}{15} : \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) = \frac{16}{5}$

APLICA LA TEORÍA

19. En un depósito de una entidad financiera ofrecen un 6% de interés simple anual. Si se depositan 7 500 € durante 2 años y Hacienda retiene el 18%, calcula el capital acumulado al finalizar el período.

$$\text{Tanto por uno final: } 0,06 \cdot 0,82 = 0,0492$$

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 7\,500 \cdot 0,0492 \cdot 2 = 738 \text{ €}$$

$$C = 7\,500 + 738 = 8\,238 \text{ €}$$

20. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 5 000 € al 3,5% de interés si se han generado 700 € de intereses, sin el descuento de Hacienda.

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{700}{5\,000 \cdot 0,035} = 4 \text{ años}$$

21. Calcula el rédito al que se han depositado 18 000 € a interés simple durante 5 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 2 952 €

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{2\,952}{18\,000 \cdot 5} = 0,0328$$

El rédito bruto:

$$r = 0,0328 : 0,82 = 0,04 \Rightarrow R = 4\%$$

22. Se depositan 6 500 € al 5% de interés compuesto durante 4 años. Hacienda retiene el 18% de los intereses cuando se recupera el capital. Calcula el capital final si los intereses se abonan anualmente.

$$C = c(1 + r)^t \Rightarrow C = 6\,500 \cdot 1,05^4 = 7\,900,79 \text{ €}$$

Los intereses son: $7\,900,79 - 6\,500 = 1\,400,79 \text{ €}$

Hacienda retiene: $1\,400,79 \cdot 0,18 = 252,14 \text{ €}$

El capital final neto será:

$$7\,900,79 - 252,14 = 7\,648,65 \text{ €}$$

23. Se depositan 35 500 € al 4% de interés compuesto con abono de intereses diarios durante 2 años. Calcula el capital final si Hacienda retiene el 18% al finalizar el plazo.

$$C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$C = 35\,500 \left(1 + \frac{0,04}{360}\right)^{360 \cdot 2} = 38\,456,52 \text{ €}$$

Los intereses son: $38\,456,52 - 35\,500 = 2\,956,52 \text{ €}$

Hacienda retiene: $2\,956,52 \cdot 0,18 = 532,17 \text{ €}$

El capital final neto será:

$$38\,456,52 - 532,17 = 37\,924,35 \text{ €}$$

24. ¿Qué capital inicial es necesario para que, a interés compuesto durante 4 años al 5% anual y con períodos de capitalización anuales, se acumule un capital final de 15 558,48 €?

$$C = c(1 + r)^t \Rightarrow c = \frac{C}{(1 + r)^t} \Rightarrow c = \frac{15\,558,48}{1,05^4}$$

$$c = 12\,800 \text{ €}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. SUCESIONES

25. Escribe los seis primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) 1, 9, 17, 25...

b) 2, -4, 8, -16...

c) Los múltiplos de 5

d) Los inversos de los cuadrados de los números naturales.

a) 1, 9, 17, 25, 33, 41

b) 2, -4, 8, -16, 32, -64

c) 0, 5, 10, 15, 20, 25

d) 1, 1/4, 1/9, 1/16, 1/25, 1/36

26. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $x, 2x, 4x, 8x, \dots$

b) 1, 3, 4, 3, 9...

c) 3, 3, 6, 9, 15...

d) El triple de los números naturales.

a) $x, 2x, 4x, 8x, 16x, 32x, 64x, 128x, 256x, 512x$

b) 1, 3, 4, 3, 9, 3, 16, 3, 25, 3

c) 3, 3, 6, 9, 15, 24, 39, 63, 102, 165

d) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27

27. Calcula los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = -4n + 2$

b) $a_n = n^2 + 1$

c) $a_n = 2^{-n}$

d) $a_n = (n-2)^n$

a) -2, -6, -10, -14, -18

b) 2, 5, 10, 17, 26

c) 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32

d) -1, 0, 1, 16, 243

2. PROGRESIONES ARITMÉTICAS

28. Encuentra el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) 7, 11, 15...

b) 3, -2, -7...

c) -7, -3, 1...

d) 1/2, 3/4, 1...

a) $a_1 = 7, d = 4 \Rightarrow a_n = 7 + 4(n-1) = 4n + 3$

b) $a_1 = 3, d = -5 \Rightarrow a_n = 3 - 5(n-1) = -5n + 8$

c) $a_1 = -7, d = 4 \Rightarrow a_n = -7 + 4(n-1) = 4n - 11$

d) $a_1 = \frac{1}{4}, d = 1/4 \Rightarrow a_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}(n-1) = \frac{n+1}{4}$

29. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es $a_1 = 3$ y cuya diferencia es $d = -15/4$

$$a_n = 3 - \frac{15}{4}(n-1) = \frac{-15n + 27}{4}$$

3, -3/4, -9/2

30. En una progresión aritmética, $a_{11} = 3$ y la diferencia es $d = 2/7$. Calcula el primer término.

$$a_{11} = 3, d = 2/7$$

$$a_1 + \frac{2}{7}(11-1) = 3 \Rightarrow a_1 = 1/7$$

31. En una progresión aritmética el primer término vale 3 y el sexto término vale 8. Calcula la diferencia.

$$a_1 = 3, a_6 = 8$$

$$a_6 = a_1 + d(6-1)$$

$$8 = 3 + 5d$$

$$d = 1$$

32. En las siguientes progresiones aritméticas, calcula el término que ocupa el último valor:

a) 4, 6, 8, ..., 30

b) 7/2, 5/2, 3/2, ..., -21/2

- a) $a_1 = 4, d = 2, a_n = 30$
 $a_n = a_1 + d(n-1)$
 $30 = 4 + 2(n-1)$
 $n = 14$
- b) $a_1 = 7/2, d = -1, a_n = -21/2$
 $a_n = a_1 + d(n-1)$
 $-21/2 = 7/2 - (n-1)$
 $n = 15$

33. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_5 = 7$ y $a_7 = 25/3$. Calcula la diferencia y el primer término.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$7 = a_1 + (5-1)d \Rightarrow a_1 + 4d = 7$$

$$25/3 = a_1 + (7-1)d \Rightarrow a_1 + 6d = \frac{25}{3}$$

Restando a la 2.^a ecuación la 1.^a:

$$2d = \frac{4}{3} \Rightarrow d = \frac{2}{3}$$

$$a_1 + 4 \cdot \frac{2}{3} = 7 \Rightarrow a_1 = \frac{13}{3}$$

34. Calcula la suma de los 15 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 3n + 12$

$$a_1 = 3 + 12 = 15$$

$$a_{15} = 3 \cdot 15 + 12 = 57$$

$$S_{15} = \frac{15 + 57}{2} \cdot 15 = 540$$

35. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = n/3 + 4/3$

$$a_1 = 1/3 + 4/3 = 5/3$$

$$a_{12} = 12/3 + 4/3 = 16/3$$

$$S_{12} = \frac{5/3 + 16/3}{2} \cdot 12 = 42$$

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

36. Encuentra el término general de las siguientes progresiones geométricas:

- a) **6, 12, 24...** b) **1/3, 1, 3...**
 c) **-3, 6, -12...** d) **3/4, -1/2, 1/3...**
- a) $a_1 = 6, r = 2, a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$
- b) $a_1 = \frac{1}{3}, r = 3, a_n = \frac{1}{3} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-2}$
- c) $a_1 = -3, r = -2, a_n = -3 \cdot (-2)^{n-1}$
- d) $a_1 = \frac{3}{4}, r = -2/3, a_n = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

37. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 8$ y cuya razón es $r = 3/4$, calcula:

- a) a_6 b) a_{10}
 c) a_{20} d) a_n
- a) $a_6 = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$ b) $a_{10} = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^9$
- c) $a_{20} = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{19}$ d) $a_n = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

38. En una progresión geométrica, $a_7 = 64/81$ y la razón $r = 2/3$. Calcula el primer término.

$$a_7 = a_1 \cdot r^{7-1}$$

$$\frac{64}{81} = a_1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \Rightarrow \frac{2^6}{3^4} = a_1 \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

$$a_1 = 3^2 = 9$$

39. En la progresión geométrica -5, 10, -20..., ¿qué término vale 640?

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_1 = -5, r = -2$$

$$640 = -5 \cdot (-2)^{n-1}$$

$$-128 = (-2)^{n-1}$$

$$(-2)^7 = (-2)^{n-1}$$

$$n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$$

40. En una progresión geométrica el primer término es 1/3 y el séptimo término es 243. Calcula la razón.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$243 = 1/3 \cdot r^{7-1}$$

$$r^6 = 729$$

$$r^6 = 3^6$$

$$r = \pm 3$$

41. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene $a_1 = 27/64$ y $a_8 = 2/81$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$\frac{2}{81} = \frac{27}{64} \cdot r^{8-1}$$

$$r^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^7$$

$$r = \frac{2}{3}$$

42. Calcula la suma de los 12 primeros términos de las siguientes progresiones:

- a) **4, -8, 16...**
 b) **1/10, 1/5, 2/5...**
- a) $a_1 = 4, r = -2$
 $a_{12} = 4 \cdot (-2)^{11}$
 $S_{12} = \frac{4 \cdot (-2)^{11} \cdot (-2) - 4}{-2 - 1} = -5460$
- b) $a_1 = \frac{1}{10}, r = 2$
 $a_{12} = \frac{1}{10} \cdot 2^{11}$
 $S_{12} = \frac{1/10 \cdot 2^{11} \cdot 2 - 1/10}{2 - 1} = \frac{819}{2}$

43. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones:

- a) **9, 3, 1...**
 b) **9/4, 3/2, 1...**
- a) $a_1 = 9, r = \frac{1}{3}$
 $S = \frac{9}{1 - (1/3)} = \frac{27}{2}$

$$b) a_1 = \frac{9}{4}, r = \frac{2}{3}$$

$$S = \frac{9/4}{1 - (2/3)} = \frac{27}{4}$$

44. ¿Cuántos términos hay que tomar de la siguiente progresión: 5, 10, 20... para que la suma sea 2 555?

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$a_1 = 5, r = 2$$

$$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$$

$$\frac{5 \cdot 2^{n-1} \cdot 2 - 5}{2 - 1} = 2555$$

$$5(2^n - 1) = 2555$$

$$2^n = 512$$

$$2^n = 2^9$$

$$n = 9$$

45. La suma de los infinitos términos de una progresión es 12 y su razón $r = 1/2$. Halla el primer término.

$$S_n = \frac{a_1}{1 - r}$$

$$12 = \frac{a_1}{1 - 1/2}$$

$$a_1 = 6$$

4. APLICACIONES: INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

46. En un depósito ofrecen un 3,5% de interés simple por 4 años. Si se depositan 12 000 € y Hacienda retiene el 18% de los intereses, calcula el capital acumulado al finalizar el período.

$$\text{El tanto por uno final: } 0,035 \cdot 0,82 = 0,0287$$

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 12000 \cdot 0,0287 \cdot 4 = 1377,60 \text{ €}$$

$$C = 12000 + 1377,60 = 13377,60 \text{ €}$$

47. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 25 500 € al 6% de interés si, realizada la retención de Hacienda del 18%, se han generado 5 018,40 € de intereses.

$$\text{Interés bruto: } 5018,40 : 0,82 = 6120 \text{ €}$$

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{6120}{25500 \cdot 0,06} = 4 \text{ años}$$

48. Calcula el rédito o tanto por ciento al que se han depositado 20 000 € a interés simple durante 2 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 1 640 €

$$\text{Interés bruto: } 1640 : 0,82 = 2000 \text{ €}$$

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{2000}{20000 \cdot 2} = 0,05 \Rightarrow R = 5\%$$

49. Calcula el capital que hay que depositar durante 2 años al 3,25% de interés simple para que generen

unos intereses netos, es decir, descontado el 18% de la retención de Hacienda, de 1 332,50 €

$$1332,50 : 0,82 = c = 0,0325 \cdot 2$$

$$c = \frac{1625}{0,065} = 25000 \text{ €}$$

50. Una entidad financiera ofrece un 3,5% anual por un depósito renovable todos los meses. Si los intereses no se acumulan en el depósito y este se renueva 5 meses, ¿qué interés se obtendrá por 18 000 € una vez descontado el 18% de retención de Hacienda?

$$\text{Tanto por uno final: } 0,035 \cdot 0,82 = 0,0287$$

$$I = c \cdot r \cdot \frac{t}{n}$$

$$I = 18000 \cdot 0,0287 \cdot 5/12 = 215,25 \text{ €}$$

51. ¿Qué capital se acumula si se colocan 31 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años si los intereses se abonan trimestralmente y Hacienda retiene el 18% al finalizar el período?

$$C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$C = 31000 \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{4 \cdot 3} = 35983,39 \text{ €}$$

$$\text{Los intereses son: } 35983,39 - 31000 = 4983,39 \text{ €}$$

$$\text{Hacienda retiene: } 4983,39 \cdot 0,18 = 897,01 \text{ €}$$

El capital final neto será:

$$35983,39 - 897,01 = 35086,38 \text{ €}$$

52. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que, a interés compuesto durante 5 años al 6% anual y con períodos de capitalización mensuales, se acumule un capital final de 26 977 €?

$$C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$c \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12 \cdot 5} = 26977$$

$$1,005^{60} c = 26977$$

$$c = 26977 : 1,005^{60}$$

$$c = 20000 \text{ €}$$

PARA AMPLIAR

53. Estudia si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas o geométricas y encuentra el término general:

a) $-3/5, 3/10, 6/5 \dots$

b) $11/3, 35/12, 13/6 \dots$

c) $5/6, 1/2, 3/10 \dots$

d) $3/4, -1/2, 1/3 \dots$

a) $a_1 = -3/5, d = 9/10$

Progresión aritmética de término general:

$$a_n = -\frac{3}{5} + \frac{9}{10}(n-1) = \frac{9n-15}{10}$$

b) $a_1 = 11/3, d = -3/4$

Progresión aritmética de término general:

$$a_n = \frac{11}{3} - \frac{3}{4}(n-1) = \frac{53-9n}{12}$$

- c) $a_1 = 5/6, r = 3/5$
 Progresión geométrica de término general:
 $a_n = 5/6 \cdot (3/5)^{n-1}$
 d) $a_1 = 3/4, r = -2/3$
 Progresión geométrica de término general:
 $a_n = 3/4 \cdot (-2/3)^{n-1}$

54. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es $a_1 = 3/4$ y cuya diferencia es $d = 0,5$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 3/4 + 0,5(n-1) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}(n-1)$$

$$a_n = \frac{2n+1}{4}$$

3/4, 5/4, 7/4

55. Calcula el término que ocupa el lugar 100 en la progresión:

-5, -13/3, -11/3...

$$a_n = -5, d = 2/3$$

$$a_{100} = -5 + (100-1)2/3 = -5 + 66 = 61$$

$$a_{100} = 61$$

56. Calcula el primer término y la diferencia en las progresiones aritméticas en las que:

a) $a_3 = 70$ y $a_6 = 115$ b) $a_5 = 6$ y $a_9 = 7$

a) $a_1 + 2d = 70$
 $a_1 + 5d = 115$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:

$$3d = 45 \Rightarrow d = 15$$

$$a_1 + 2 \cdot 15 = 70 \Rightarrow a_1 = 70 - 30 = 40$$

b) $a_1 + 4d = 6$
 $a_1 + 8d = 7$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:

$$4d = 1 \Rightarrow d = 1/4$$

$$a_1 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 6 \Rightarrow a_1 = 5$$

57. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 5n/2 + 1/2$

$$a_1 = 3$$

$$a_{12} = 30 + 1/2 = 61/2$$

$$S = \frac{3 + 61/2}{2} \cdot 12 = 201$$

58. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 3/8$ y cuya razón es $r = 4/3$, calcula:

a) a_5
 b) a_{15}
 c) a_{30}
 d) a_n

a) $a_5 = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3$

b) $a_{15} = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{14} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{13}$

c) $a_{30} = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{29} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{28}$

d) $a_n = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-2}$

59. Calcula la suma de los cinco primeros términos de las siguientes progresiones:

- a) 12, 4, 4/3...
 b) 9/4, 3/2, 1...

a) $a_1 = 12, r = 1/3$
 $a_5 = 12 \cdot (1/3)^4$
 $S_5 = \frac{12(1/3)^4 \cdot 1/3 - 12}{1/3 - 1} = \frac{484}{27}$

b) $a_1 = 9/4, r = 2/3$
 $a_5 = 9/4 \cdot (2/3)^4 = 4/9$
 $S_5 = \frac{4/9 \cdot 2/3 - 9/4}{2/3 - 1} = \frac{211}{36}$

60. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones:

- a) 5, 5/4, 5/16... b) $\sqrt{2}, 1, 1/\sqrt{2}, \dots$

a) $a_1 = 5, r = 1/4$
 $S = \frac{5}{1 - 1/4} = \frac{20}{3}$

b) $a_1 = \sqrt{2}, r = 1/\sqrt{2}$
 $S = \frac{\sqrt{2}}{1 - 1/\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2} - 1}$

61. En una progresión geométrica $a_4 = 125$ y $a_6 = 3125$. Calcula el primer término y la razón.

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k}$$

$$a_6 = a_4 \cdot r^{6-4}$$

$$3125 = 125 \cdot r^2$$

$$r^2 = 25 \Rightarrow r = \pm 5$$

Si $r = 5 \Rightarrow a_1 = 1$
 Si $r = -5 \Rightarrow a_1 = -1$

62. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 28 500 € al 4,5% de interés simple si se han generado 5 258,25 € una vez retenido el 18% de Hacienda.

Interés bruto: $5258,25 : 0,82 = 6412,50$ €

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{6412,50}{28500 \cdot 0,045} = 5 \text{ años}$$

63. Calcula el rédito al que se han depositado 15 000 € a interés simple durante 3 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 1 660,50 €

Interés bruto: $1660,50 : 0,82 = 2025$ €

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{2025}{15000 \cdot 3} = 0,045 \Rightarrow R = 4,5\%$$

64. Una entidad financiera ofrece un 4,25% anual por un depósito renovable todos los meses. Si los intereses no se acumulan en el depósito y este se renueva 3 meses, ¿qué interés se obtiene por 24 000 € con la retención del 18% de Hacienda?

Tanto por uno final: $0,0425 \cdot 0,82 = 0,03485$

$$I = c \cdot r \cdot \frac{t}{n}$$

$$I = 24\,000 \cdot 0,03485 \cdot 3/12 = 209,10 \text{ €}$$

65. El primer término de una progresión geométrica es 225, y el cuarto término es 72/5. Calcula la suma de sus infinitos términos.

$$225 \cdot r^3 = 72/5$$

$$r^3 = 8/125 = (2/5)^3$$

$$r = 2/5$$

$$S = \frac{225}{1 - 2/5} = 375$$

66. Calcula el capital bruto que se acumula si se colocan 40 500 € al 4,5% de interés compuesto durante 4 años si los intereses se abonan según las modalidades siguientes:

a) Anualmente.

b) Mensualmente.

a) $C = c(1 + r)^t$

$$C = 40\,500 \cdot 1,045^4 = 48\,297 \text{ €}$$

b) $C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$

$$C = 40\,500 \left(1 + \frac{0,045}{12}\right)^{12 \cdot 4} = 48\,470,98 \text{ €}$$

CON CALCULADORA

67. Calcula los cinco siguientes términos de las progresiones:

a) 3,27; 3,45; 3,63... b) 1 000, 1 200, 1 440...

a) $a_1 = 3,27; d = 0,18$

$$3,27; 3,45; 3,63; 3,81; 3,99; 4,17; 4,35; 4,53...$$

b) $a_1 = 1\,000; r = 1,2$

$$1\,000; 1\,200; 1\,440; 1\,728; 2\,073,6; 2\,488,32;$$

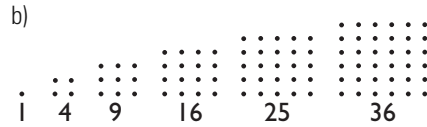
$$2\,985,984; 3\,583,1808$$

68. Calcula los tres siguientes términos de la progresión 3,5; 4,2; 5,04...

$$6,048; 7,2576; 8,70912$$

PROBLEMAS

69. Continúa las siguientes series de números figurados, hasta obtener tres términos más:



70. Calcula la suma de los 15 primeros múltiplos positivos de 6

$$6, 12, 18, \dots$$

$$a_1 = 6, d = 6$$

$$a_{15} = 6 + 6(15 - 1) = 90$$

$$S_{15} = \frac{6 + 90}{2} \cdot 15 = 720$$

71. Calcula la suma de los primeros 100 números impares.

$$1, 3, 5, 7, \dots$$

$$a_1 = 1, d = 2$$

$$a_{100} = 1 + (100 - 1) \cdot 2 = 199$$

$$S_{100} = \frac{1 + 199}{2} \cdot 100 = 10\,000$$

72. Un móvil avanza 5 metros en un segundo y sigue avanzando de forma que cada segundo avanza 2 metros más que en el segundo anterior. ¿Cuánto recorrerá en un minuto?

$$5, 7, 9, \dots$$

$$a_1 = 5, d = 2$$

$$a_{60} = 5 + (60 - 1) \cdot 2 = 123 \text{ m}$$

$$S_{60} = \frac{5 + 123}{2} \cdot 60 = 3\,840 \text{ m}$$

73. Un dependiente recibe el primer día de trabajo una gratificación de 10 €. En los días sucesivos, esta gratificación va aumentando en 1,5 €, de manera que, en su última jornada, cobra 143,5 €. ¿Cuántos días trabajó y cuánto cobró en total por las gratificaciones?

$$a_1 = 10 \text{ €}, d = 1,5 \text{ €}$$

$$10 + 1,5(n - 1) = 143,5$$

$$1,5n + 8,5 = 143,5$$

$$n = 90 \text{ días}$$

$$S_{90} = \frac{10 + 143,5}{2} \cdot 90 = 6\,907,5 \text{ €}$$

74. El precio de la primera entrega de una colección de minerales es de 2 €. En las siguientes entregas el precio sube 0,03 € más que en la anterior. Si la colección consta de 100 ejemplares, ¿cuánto se pagará por el total de la colección?

$$a_1 = 2 \text{ €}, d = 0,03 \text{ €}$$

$$a_{100} = 2 + 99 \cdot 0,03 = 4,97 \text{ €}$$

$$S_{100} = \frac{2 + 4,97}{2} \cdot 100 = 348,5 \text{ €}$$

75. Jorge cobra 18 € semanales de paga y decide ahorrar 1,8 € el primer mes y aumentar cada mes 0,75 € más que el anterior. ¿Cuánto ahorrará en un año?

$$a_1 = 1,8 \text{ €}, d = 0,75 \text{ €}$$

$$a_{12} = 1,8 + 11 \cdot 0,75 = 10,05 \text{ €}$$

$$S_{12} = \frac{1,8 + 10,05}{2} \cdot 12 = 71,1 \text{ €}$$

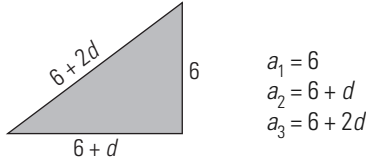
76. Se ha hecho un pozo de 40 m de profundidad. Por el primer metro se han pagado 7,5 € y por cada metro sucesivo se han pagado 2,3 € más que por el anterior. ¿Cuál es el coste del pozo?

$$a_1 = 7,5 \text{ €}, d = 2,3 \text{ €}$$

$$a_{40} = 7,5 + 39 \cdot 2,3 = 97,2 \text{ €}$$

$$S_{40} = \frac{7,5 + 97,2}{2} \cdot 40 = 2094 \text{ €}$$

77. Calcula los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que están en progresión aritmética y que el menor de ellos mide 6 cm



$$(6 + 2d)^2 = (6 + d)^2 + 6^2$$

$$3d^2 + 12d - 36 = 0 \Rightarrow d^2 + 4d - 12 = 0$$

$$d = 2$$

$$d = -6 \text{ (Solución no válida)}$$

Los lados son: 6 cm, 8 cm, 10 cm

78. Se quiere saldar semanalmente una deuda. La primera semana se pagan 5 € y en cada una de las semanas siguientes se van pagando 4 € más que en la anterior. Si se paga en 30 semanas, ¿a cuánto asciende el importe de la deuda?

$$a_1 = 5 \text{ €}, d = 4 \text{ €}$$

$$a_{30} = 5 + 29 \cdot 4 = 121 \text{ €}$$

$$S_{30} = \frac{5 + 121}{2} \cdot 30 = 1890 \text{ €}$$

79. Los ángulos de un hexágono están en progresión aritmética, y el menor de ellos mide 40°. Calcula los demás.

$$a_1 = 40^\circ$$

$$a_6 = 40 + 5d$$

$$S_6 = \frac{40 + 40 + 5d}{2} \cdot 6$$

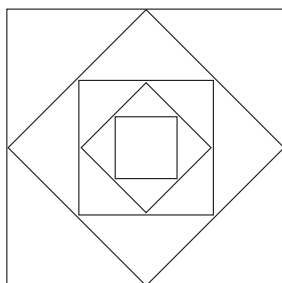
$$\frac{80 + 5d}{2} \cdot 6 = 720$$

$$240 + 15d = 720$$

$$d = 32^\circ$$

Los ángulos son:
 40°, 72°, 104°, 136°, 168°, 200°

80. En un cuadrado se unen los puntos medios de sus lados y se obtiene otro cuadrado inscrito. En este último cuadrado se repite la operación, obteniéndose otro cuadrado inscrito. Si el lado del primer cuadrado mide 2 cm, calcula la suma de las áreas de todos los cuadrados.



La sucesión de áreas es: 4, 2, 1, 1/2...

$$a_1 = 4, r = 1/2$$

$$S = \frac{4}{1 - 1/2} = 8 \text{ cm}^2$$

81. Una persona gana en su establecimiento un 7% más de lo que ganó el año anterior. Si el primer año ganó 28 000 €, ¿cuánto habrá obtenido en media docena de años?

$$a_1 = 28\,000 \text{ €}$$

$$r = 1,07$$

$$a_6 = 28\,000 \cdot 1,07^5 = 39\,271,45 \text{ €}$$

$$S_6 = \frac{39\,271,45 \cdot 1,07 - 28\,000}{1,07 - 1} = 200\,292,16 \text{ €}$$

82. Se deja caer una pelota desde una altura de 52 cm. Después de cada bote en el suelo, sube 3/4 cm de la altura de la que cae. ¿Qué longitud recorrerá la pelota antes de llegar al reposo?

Recorre en la bajada:

$$a_1 = 52 \text{ cm}, r = 3/4$$

$$S = \frac{52}{1 - 3/4} = 208 \text{ m}$$

Recorre en la subida:

$$a_1 = 39 \text{ cm}, r = 3/4$$

$$S = \frac{39}{1 - 3/4} = 156 \text{ m}$$

Recorre en total: 208 + 156 = 364 cm = 3,64 m

83. Se forma una sucesión de círculos concéntricos en los que cada radio es la mitad del radio del círculo anterior. Si el primer círculo tiene un diámetro de 4 cm, halla la suma de las áreas de todos los círculos.

$$a_1 = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$a_2 = \pi \text{ cm}^2$$

$$a_3 = \pi/4 \text{ cm}^2$$

Se obtiene una progresión geométrica de razón:

$$r = 1/4$$

$$S = \frac{4\pi}{1 - 1/4} = 16\pi/3 \text{ cm}^2 = 16,76 \text{ cm}^2$$

84. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que, a interés compuesto durante 3 años al 5% anual y con periodos de capitalización trimestrales, se acumule un capital final bruto de 29 692,10 €?

$$C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t} \Rightarrow c = \frac{C}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^t}$$

$$c = \frac{29\,692,1}{\left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{4 \cdot 3}} = \frac{29\,692,1}{1,0125^{12}}$$

$$c = 25\,580 \text{ €}$$

85. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 45 000 € al 6,5% de interés simple si, una vez hecha la retención del 18% de Hacienda, se han generado 7 195,50 €

Interés bruto: $7\,195,50 : 0,82 = 8\,775 \text{ €}$

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{8\,775}{45\,000 \cdot 0,065} = 3 \text{ años}$$

- 86. Una entidad financiera paga el 7,5% del dinero depositado si este se mantiene 3 años. Calcula, en los siguientes casos, cuánto se ganará al finalizar los tres años por una imposición de 10 000 € si Hacienda retiene el 18%:**

- a) Los intereses se ingresan en una cuenta distinta.**
b) Los intereses se ingresan en la misma cuenta.

a) El interés es simple.

El tanto por uno final: $0,075 \cdot 0,82 = 0,0615$

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 10\,000 \cdot 0,0615 \cdot 3 = 1\,845 \text{ €}$$

b) El interés es compuesto.

$$C = c(1 + r)^t$$

$$C = 10\,000 \cdot 1,075^3 = 12\,423$$

Los intereses son: $12\,423 - 10\,000 = 2\,423 \text{ €}$

Con la retención de Hacienda:

$$2\,423 \cdot 0,82 = 1\,986,86 \text{ €}$$

- 87. Calcula el rédito al que se han depositado 12 000 € a interés simple durante 18 meses si los intereses generados, con la retención de Hacienda descontada, han sido de 664,20 €**

Interés bruto: $664,20 : 0,82 = 810 \text{ €}$

$$I = c \cdot r \cdot \frac{t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{810 \cdot 12}{12\,000 \cdot 18} = 0,045 \Rightarrow R = 4,5\%$$

PARA PROFUNDIZAR

- 88. Comprueba que las siguientes expresiones están en progresión aritmética y calcula el séptimo término: $x^2 - 2x + 1$, $x^2 + 1$ y $x^2 + 2x + 1$**

$$d = a_2 - a_1 = x^2 + 1 - (x^2 - 2x + 1) = 2x$$

$$d = a_3 - a_2 = x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 1) = 2x$$

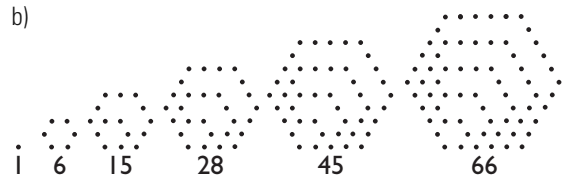
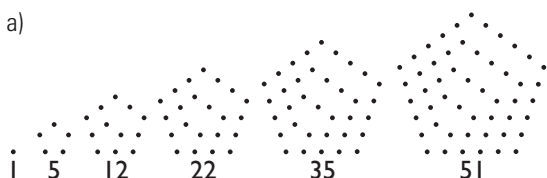
Están en progresión aritmética de diferencia: $d = 2x$

$$a_7 = a_1 + 6d = x^2 - 2x + 1 + 12x = x^2 + 10x + 1$$

- 89. En una progresión aritmética, el primer término y el décimocuarto suman 342. ¿Cuánto suman el quinto y el décimo término?**

Los términos equidistantes de una progresión aritmética suman lo mismo. Luego sumarán 342

- 90. Continúa las siguientes series de números figurados hasta obtener tres términos más:**



- 91. En una progresión aritmética el primer término es 2 y el undécimo es 52. Razona lo que vale el sexto término.**

$$1 + 11 = 12; 12 : 2 = 6$$

El sexto término es el término central del primero y el undécimo. Luego:

$$a_6 = \frac{2 + 52}{2} = 27$$

- 92. La suma de los infinitos términos de una progresión decreciente es 6 y la suma de sus dos primeros términos es 16/3. Calcula el primer término.**

$$6 = \frac{a_1}{1 - r} \Rightarrow a_1 = 6(1 - r)$$

$$a_1 + a_1 \cdot r = 16/3 \Rightarrow a_1(1 + r) = 16/3$$

Sustituyendo a_1 en la 2.ª ecuación:

$$6(1 - r)(1 + r) = 16/3$$

$$6(1 - r^2) = 16/3$$

$$r^2 = 1/9$$

$$r = \pm 1/3$$

$$\text{Si } r = 1/3 \Rightarrow a_1 = 4$$

$$\text{Si } r = -1/3 \Rightarrow a_1 = 8$$

- 93. De un vaso lleno de leche se vacía la mitad y se rellena de agua. Se retira la mitad del nuevo contenido y se vuelve a rellenar con agua. Si este proceso se repite seis veces, ¿qué parte de agua contiene el vaso?**

La cantidad de leche y de agua que hay en el vaso es:

Leche	1	1/2	1/4	1/8	...
Agua	0	1/2	3/4	7/8	...

La cantidad de leche sigue una progresión geométrica de razón 1/2

$$a_6 = 1 \cdot (1/2)^5 = 1/32$$

La cantidad de agua es: 31/32

- 94. Un depósito ofrece un 4% de interés simple anual, renovable mensualmente y sin acumular los intereses en el depósito. ¿Cuánto tiempo se deben depositar 12 000 € para generar unos intereses netos, es decir, descontando el 18% de Hacienda, de 984 €?**

Interés bruto: $984 : 0,82 = 1\,200 \text{ €}$

$$I = c \cdot r \cdot \frac{t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{1\,200 \cdot 12}{12\,000 \cdot 0,04} = 30 \text{ meses}$$

- 95. Calcula el capital inicial que se debe depositar al 6% de interés compuesto con períodos de capitalización mensual para que, al cabo de 10 años, se conviertan en 33 204 € brutos.**

$$C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$c \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12 \cdot 10} = 33\,204$$

$$1,005^{120} c = 33\,204$$

$$c = 33\,204 : 1,005^{120}$$

$$c = 18\,250 \text{ €}$$

96. Calcula el tiempo que hay que tener un capital depositado en un banco al 5% con interés simple para que el capital se duplique.

$$I = c$$

$$c \cdot r \cdot t = c$$

$$r \cdot t = 1$$

$$t = \frac{1}{r}$$

$$t = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ años}$$

APLICA TUS COMPETENCIAS

97. Calcula la cuota mensual que hay que pagar por una hipoteca de 10 000 € al 3,50% y contratada a 12 años.

$$\text{Cuota mensual: } 8,51 \cdot 10 = 85,1 \text{ €}$$

98. Calcula la cuota mensual que hay que pagar por una hipoteca de 25 000 € al 4,25% y contratada a 15 años.

$$\text{Cuota mensual: } 7,52 \cdot 25 = 188 \text{ €}$$

99. Calcula la hipoteca que se amortiza al 5,25% durante 10 años pagando 268,25 € de mensualidad.

$$\text{Hipoteca: } 268,25 : 10,73 = 25 \Rightarrow 25\,000 \text{ €}$$

100. Calcula la hipoteca que se amortiza al 5% durante 18 años pagando 210,9 € de mensualidad.

$$\text{Hipoteca: } 210,9 : 7,03 = 30 \Rightarrow 30\,000 \text{ €}$$

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Define progresión aritmética y pon un ejemplo.

Una **progresión aritmética** es una sucesión en la que cada término se halla sumando al término anterior un número constante que se llama **diferencia** y que se representa con la letra *d*

La diferencia *d* de una progresión aritmética se calcula restando dos términos consecutivos.

Ejemplo:

La sucesión 3, 7, 11, 15... es una progresión aritmética.

2. Encuentra el término general de las progresiones siguientes:

a) 7, 11, 15...

b) 3, -12, 48...

a) $a_1 = 7, d = 4$

$$a_n = 7 + 4(n-1) = 4n + 3$$

b) $a_1 = 3, r = -4$

$$a_n = 3 \cdot (-4)^{n-1}$$

3. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 25 500 € al 6% de interés simple si, realizada la retención de Hacienda del 18%, se han generado 5 018,40 € de intereses.

$$\text{Interés bruto: } 5\,018,40 : 0,82 = 6\,120 \text{ €}$$

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{6\,120}{25\,500 \cdot 0,06} = 4 \text{ años}$$

4. Calcula la suma de los 25 primeros términos de la progresión cuyo término general es $a_n = 4n - 3$

Es una progresión aritmética:

$$a_1 = 1, d = 4$$

$$a_{25} = 4 \cdot 25 - 3 = 97$$

$$S_{25} = \frac{1 + 97}{2} \cdot 25 = 1\,225$$

5. Halla la razón y el primer término de una progresión geométrica en la que el segundo término vale 6 y el quinto 162

$$a_5 = r^{5-2} \Rightarrow \frac{162}{6} = r^3$$

$$r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ para } n = 2$$

$$a_2 = a_1 \cdot 3^{2-1} \Rightarrow 6 = a_1 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 2$$

6. Calcula la suma de los infinitos términos de la siguiente progresión: 1/10, 1/100...

$$a_1 = 1/10, r = 1/10$$

$$S = \frac{1/10}{1 - 1/10} = 1/9$$

7. Se depositan 6 500 € al 5% de interés compuesto durante 4 años. Hacienda retiene el 18% de los intereses cuando se recupera el capital. Calcula el capital final si los intereses se abonan anualmente.

$$C = c(1 + r)^t$$

$$C = 6\,500 \cdot 1,05^4 = 7\,900,79 \text{ €}$$

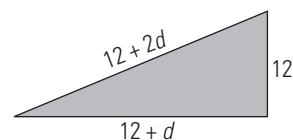
$$\text{Los intereses son: } 7\,900,79 - 6\,500 = 1\,400,79 \text{ €}$$

$$\text{Hacienda retiene: } 1\,400,79 \cdot 0,18 = 252,14 \text{ €}$$

El capital final neto será:

$$7\,900,79 - 252,14 = 7\,648,65 \text{ €}$$

8. Los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética. Calcula su longitud sabiendo que el menor mide 12 cm



$$(12 + 2d)^2 = (12 + d)^2 + 12^2$$

$$3d^2 + 24d - 144 = 0$$

$$d^2 + 8d - 48 = 0$$

$$d = 4 \text{ (} d = -12 \text{ no es válida)}$$

Los lados son:

12, 16 y 20

WINDOWS/LINUX 

PASO A PASO

101. Calcula los cinco primeros términos de la siguiente sucesión:

$$a_n = 4n - 1$$

Resuelto en el libro del alumnado.

102. Dada la sucesión 3, 7, 11...

Calcula si es aritmética o geométrica, halla la diferencia o razón y el término general.

Resuelto en el libro del alumnado.

103. Dada la siguiente sucesión, calcula la suma de los 25 primeros términos: $a_n = 7n - 5$

Resuelto en el libro del alumnado.

104. Calcula los 5 primeros términos de la sucesión: $a_n = 3 \cdot 4^{n-1}$

Resuelto en el libro del alumnado.

105. Dada la sucesión 3, 6, 12...

Calcula si es aritmética o geométrica, halla la diferencia o razón y e término general.

Resuelto en el libro del alumnado.

106. Dada la sucesión $a_n = 3 \cdot 2^n$, calcula la suma de los siete primeros términos.

Resuelto en el libro del alumnado.

107. Dada la siguiente sucesión, calcula la suma de todos sus términos: 3, 1, 1/3...

Resuelto en el libro del alumnado.

108. En la progresión $a_n = 3n + 4$, ¿qué término vale 52?

Resuelto en el libro del alumnado.

109. En una progresión geométrica, $a_3 = 18$ y $a_7 = 1458$. Halla el primer término y la razón de la progresión.

Resuelto en el libro del alumnado.

110. Se depositan 1000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

111. Calcula los ocho primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) $a_n = 4^n + 2$
- b) $a_n = 3n^2 - 5n + 2$
- c) $a_n = 4 \cdot (-2/3)^n$
- d) $a_n = (-2)^n$

- a) 6, 18, 66, 258, 1026, 4098, 16386, 65538
- b) 0, 4, 14, 30, 52, 80, 114, 154
- c) $-8/3, 16/9, -32/27, 64/81, -128/243, 256/729, -512/2187, 1024/6561$
- d) $-2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256$

112. En las siguientes sucesiones calcula si son aritméticas o geométricas, halla la diferencia o razón y el término general.

- a) 12, 20, 28...
- b) 14, 4, -6...
- c) 5, 15, 45...
- d) 6, 3, 3/2...

- a) Aritmética, $d = 8, a_n = 8n + 4$
- b) Aritmética, $d = -10, a_n = -10n + 24$
- c) Geométrica, $r = 3, a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$
- d) Geométrica, $r = 1/2, a_n = 6 \cdot (1/2)^{n-1}$

113. Calcula la suma de los 125 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 4n/5 + 2/3$

$$S = 19150/3$$

114. Calcula la suma de los siete primeros términos de la progresión geométrica cuyo término general es $a_n = 3 \cdot 2^n$

$$S_{11} = 762$$

115. Calcula la suma de los infinitos términos de la siguiente progresión:

$$8, 4, 2, \dots$$

$$S = 16$$

116. En una progresión geométrica $a_4 = 135$ y $a_6 = 1215$. Halla el primer término y la razón de la progresión.

$$\frac{a_6}{a_4} = r^{6-2} \Rightarrow \frac{1215}{135} = r^2 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 135 = a_1 \cdot (-3)^3 \Rightarrow a_1 = -5$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 135 = a_1 \cdot 3^3 \Rightarrow a_1 = 5$$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

117. ¿Qué término vale -47 en la siguiente progresión? 9, 5, 1...

$$a_n = -4n + 13$$

$$-4n + 13 = -47$$

$$n = 15$$

118. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_6 = 23/6$ y $a_9 = 35/6$. Calcula la diferencia y el primer término.

$$\left. \begin{aligned} a + 5d &= 23/6 \\ a + 8d &= 35/6 \end{aligned} \right\}$$

$$a_1 = 1/2$$

$$d = 2/3$$

119. ¿Qué término vale 1/2048 en la siguiente progresión geométrica?

$$8, 2, 1/2, \dots$$

$$a_1 = 8, r = \frac{1}{4}$$

$$8(1/4)^{n-1} = 1/2048 \Rightarrow n = 8$$

120. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene los siguientes términos:

$$a_4 = 32/9 \text{ y } a_6 = 512/81$$

$$r^2 = (512/81)/(32/9)$$

$$r = \pm 4/3$$

- 121. Se depositan 2 000 € durante 3 años a un 5% de interés simple. Si Hacienda retiene un 18% de los intereses, ¿qué interés se obtiene al acabar dicho período?**

El tanto por uno será: $0,05 \cdot 0,82 = 0,041$

$$I = c \cdot r \cdot t = 2\,000 \cdot 0,041 \cdot 3 = 246 \text{ €}$$

- 122. Se depositan 3 000 € a un interés compuesto del 7% durante 3 años con períodos de capitalización mensuales. Si Hacienda retiene el 18% cuando se recupera el capital, calcula el capital final.**

El capital final será:

$$C = c \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t} \Rightarrow C = 3\,698,78 \text{ €}$$

Los intereses son:

$$3\,698,78 - 3\,000 = 698,78 \text{ €}$$

Hacienda retiene:

$$698,78 \cdot 0,18 = 125,78 \text{ €}$$

El capital final neto será:

$$3\,698,78 - 125,78 = 3\,573 \text{ €}$$