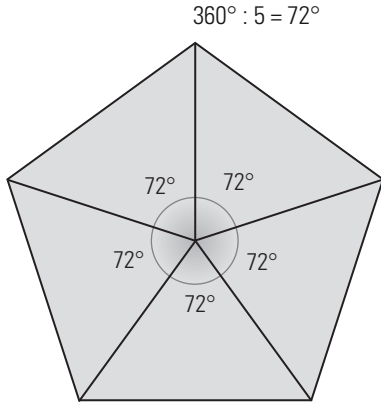


10. Teoremas de Tales y Pitágoras

1. LUGARES GEOMÉTRICOS Y ÁNGULOS

PIENSA Y CALCULA

¿Cuánto mide cada uno de los cinco ángulos centrales de un pentágono regular?



CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $\left(\frac{x}{2} + 4\right)\left(\frac{x}{2} - 4\right) = \frac{x^2}{4} - 16$

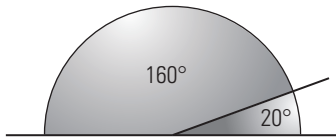
Factoriza: $9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2$

APLICA LA TEORÍA

1. Define circunferencia como un lugar geométrico.

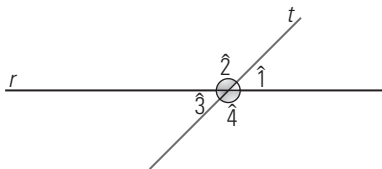
Una **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan o están a igual distancia de un punto fijo llamado centro.

2. Dibuja un ángulo de 20° y su suplementario. ¿Cuánto vale?



Vale $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$

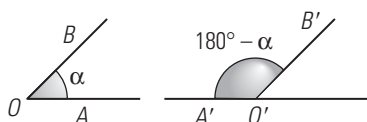
3. Dibuja dos rectas secantes y los ángulos que forman, di cuáles son iguales y cuáles suplementarios.



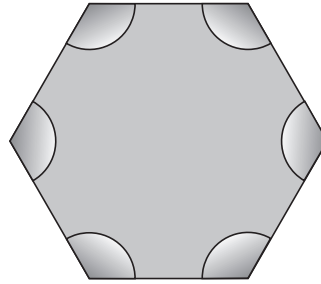
$\hat{1} = \hat{3}$ y $\hat{2} = \hat{4}$

Cada uno de los impares es suplementario de cada uno de los pares.

4. Dibuja dos ángulos de lados paralelos y que sean suplementarios.



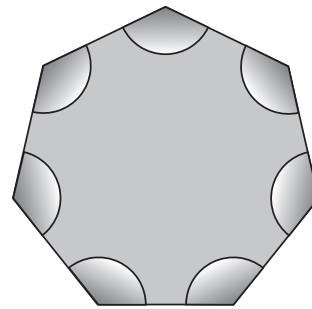
5. Dibuja un hexágono y todos sus ángulos. ¿Cuánto suman entre todos ellos?



$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

$S = (6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$

6. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un heptágono regular?



$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

$S = (7 - 2) \cdot 180^\circ = 5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$

Cada uno de los siete ángulos mide $900^\circ : 7 = 128^\circ 34' 17''$

2. TEOREMA DE THALES

PIENSA Y CALCULA

Dicen que Pitágoras para medir la altura de la pirámide Keops colocó un palo de un metro, en el centro de una circunferencia de radio 1 m y esperó hasta que la sombra midiese exactamente 1 m, en ese instante la sombra de la pirámide media 147 m. ¿Cuánto mide de alto la pirámide?

La pirámide de Keops mide 147 m porque en ese momento la altura es igual a la longitud de la sombra.

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $\frac{x}{2} - \frac{3x - 5}{6} = 1 - \frac{2x - 1}{4}$

$x = 5/6$

APLICA LA TEORÍA

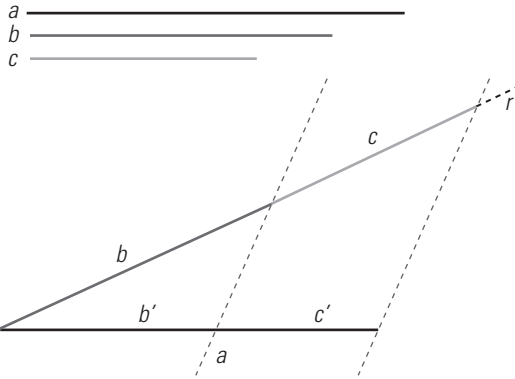
7. Calcula la altura de un molino eólico, sabiendo que su sombra mide 25 m y que en ese mismo instante un objeto de 1,5 m proyecta una sombra de 1,2 m

Se aplica el teorema de Tales.

$$\frac{\text{Sombra del objeto}}{\text{Altura del objeto}} = \frac{\text{Sombra del molino}}{\text{Altura del molino}}$$

$$\frac{1,2}{1,5} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 25}{1,2} = 31,25 \text{ m}$$

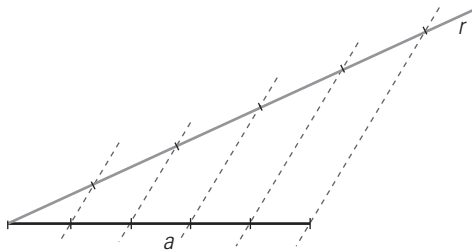
8. Dibuja en tu cuaderno tres segmentos de medidas 5 cm, 4 cm y 3 cm. Divide el primer segmento en partes proporcionales a los otros dos.



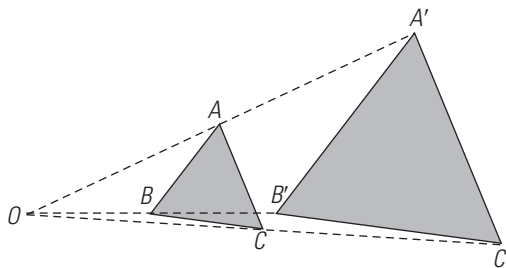
9. ¿Por qué los triángulos equiláteros son siempre semejantes?

Porque tienen los ángulos siempre iguales y cada uno de ellos mide $180^\circ : 3 = 60^\circ$

10. Dibuja en tu cuaderno un segmento de 4 cm y divídelo en 5 partes iguales.



11. Dibuja en tu cuaderno un triángulo equilátero de 1,5 cm de lado. Dibuja otro semejante de razón de semejanza dos.



12. Sara está en una foto con su padre Ismael; en la foto Sara mide 3 cm e Ismael 3,5 cm. Si en la realidad Ismael mide 1,75 m, ¿cuánto mide Sara?

Las personas y la foto son figuras semejantes.

$$\frac{3,5}{175} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 175}{3,5} = 150 \text{ cm} = 1,50 \text{ m}$$

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

PIENSA Y CALCULA

Calcula tres números enteros positivos menores que 6 de forma que el cuadrado del mayor sea igual a la suma de los cuadrados de los otros dos.

$$3, 4 \text{ y } 5 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + 4^2$$

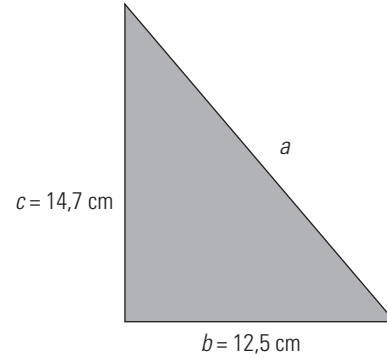
CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $\frac{x+2}{3} \cdot \frac{x-2}{3} = 5$

$$x_1 = -7, x_2 = 7$$

APLICA LA TEORÍA

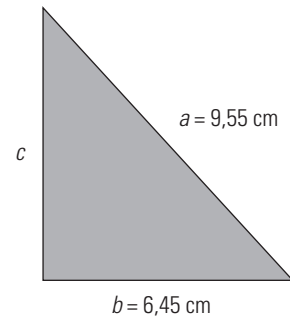
13. Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 12,5 cm y 14,7 cm



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 12,5^2 + 14,7^2 = 372,34$$

$$a = \sqrt{372,34} = 19,30 \text{ cm}$$

14. En un triángulo rectángulo se conoce un cateto, que mide 6,45 cm, y la hipotenusa, que mide 9,55 cm. Halla cuánto mide el otro cateto.



$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow 6,45^2 + c^2 = 9,55^2 \Rightarrow c^2 = 49,6$$

$$c = \sqrt{49,6} = 7,04 \text{ cm}$$

15. Halla una terna pitagórica en la que el número mayor es 13

$$5, 12 \text{ y } 13, \text{ pues } 5^2 + 12^2 = 13^2, 25 + 144 = 169$$

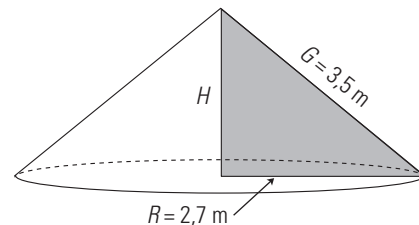
16. Los lados de un triángulo miden 4 m, 5 m y 6 m. ¿Qué clase de triángulo es?

$$6^2 = 36$$

$$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

Como $6^2 < 4^2 + 5^2 \Rightarrow$ El triángulo es acutángulo.

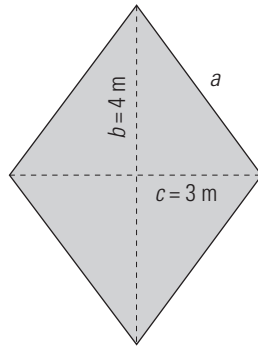
17. Halla la altura de un cono en el que el radio de la base mide 2,7 m y la generatriz, 3,5 m



$$R^2 + H^2 = G^2 \Rightarrow 2,7^2 + H^2 = 3,5^2 \Rightarrow H^2 = 4,96$$

$$H = \sqrt{4,96} = 2,23 \text{ m}$$

18. Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 8 m y 6 m

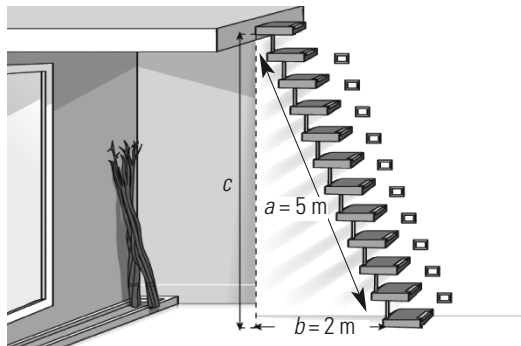


$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$a = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Perímetro del rombo $4 \cdot 5 = 20 \text{ m}$

19. ¿A qué altura se llega con una escalera de 5 m colocando la base a 2 m de la pared?



$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow 2^2 + c^2 = 5^2 \Rightarrow c^2 = 5,25$$

$$c = \sqrt{2,25} = 2,29$$

4. ÁREA DE FIGURAS PLANAS

PIENSA Y CALCULA

Halla mentalmente las áreas de un cuadrado de 7 m de lado y de un rectángulo de 9 m de largo y 5 m de alto.

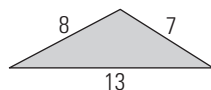
Área del cuadrado: 49 m^2
 Área del rectángulo: 45 m^2

CARNÉ CALCULISTA

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 17 \\ 3x + 4y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 3, y = -1$$

APLICA LA TEORÍA

20. Calcula el área de un triángulo cuyos lados miden 7 m, 8 m y 13 m



Se aplica la fórmula de Herón:

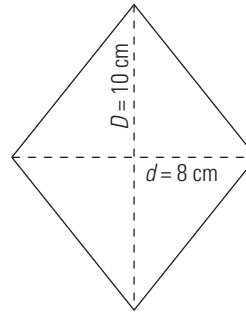
$$\text{Perímetro} = 28 \text{ m} \Rightarrow p = 14$$

Área:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$A = \sqrt{14 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1} = 24,25 \text{ m}^2$$

21. Calcula mentalmente el área de un rombo cuyas diagonales miden 8 cm y 10 cm

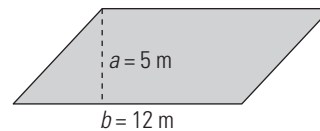


Área:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A = \frac{8 \cdot 10}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

22. Calcula mentalmente el área de un romboide en el que la base mide 12 m y la altura tiene 5 m

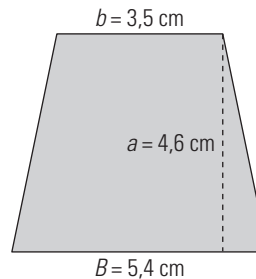


Área:

$$A = b \cdot a$$

$$A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}^2$$

23. Calcula el área de un trapecio en el que las bases miden 5,4 cm y 3,5 cm y la altura tiene 4,6 cm

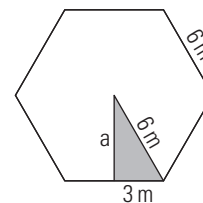


Área:

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{5,4 + 3,6}{2} \cdot 4,6 = 20,47 \text{ cm}^2$$

24. Calcula el área de un hexágono regular de lado 6 m



Aplicando el teorema de Pitágoras se halla la apotema.

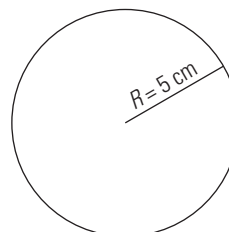
$$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ m}$$

Área:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A = 6 \cdot 6 \cdot 5,2 : 2 = 93,6 \text{ m}^2$$

25. Calcula la longitud de una circunferencia cuyo radio mide 5 cm

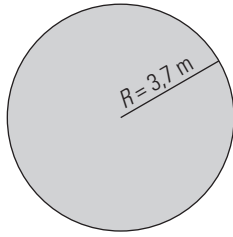


Longitud:

$$L = 2\pi R$$

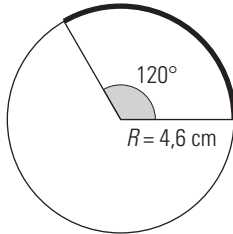
$$L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31,40 \text{ cm}$$

26. Calcula el área de un círculo cuyo radio mide 3,7 m



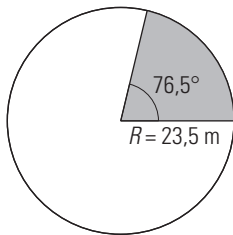
Área:
 $A = \pi R^2$
 $A = \pi \cdot 3,7^2 = 43,01 \text{ m}^2$

27. Calcula la longitud de un arco de 4,6 cm de radio y cuya amplitud es de 120°



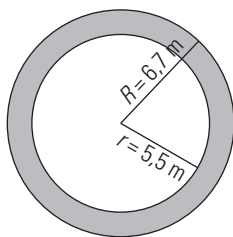
Longitud:
 $L = \frac{2\pi R}{360} \cdot n^\circ$
 $L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4,6}{360} \cdot 120^\circ = 9,63 \text{ cm}$

28. Calcula el área de un sector circular de 23,5 m de radio y cuya amplitud es de 76,5°



Área:
 $A = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$
 $A = \frac{\pi \cdot 23,5^2}{360^\circ} \cdot 76,5^\circ = 368,68 \text{ m}^2$

29. Calcula el área de una corona circular cuyos radios miden: $R = 6,7 \text{ m}$ y $r = 5,5 \text{ m}$

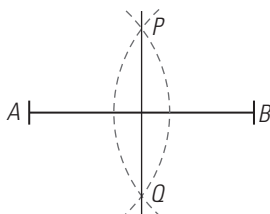


Área:
 $A = \pi(R^2 - r^2)$
 $A = \pi(6,7^2 - 5,5^2) = 45,99 \text{ m}^2$

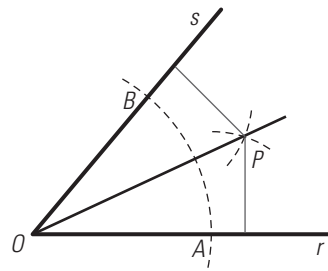
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. LUGARES GEOMÉTRICOS Y ÁNGULOS

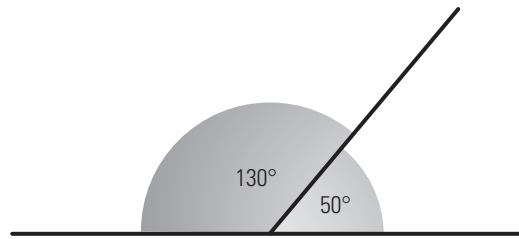
30. Dibuja un segmento de 3 cm y halla su mediatriz.



31. Dibuja un ángulo de 50° y halla su bisectriz.

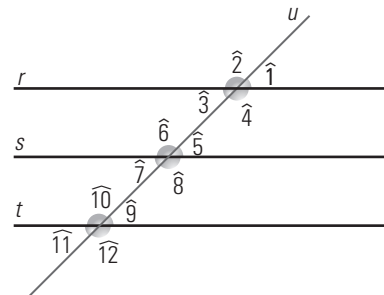


32. Dibuja un ángulo de 50° y su suplementario. ¿Cuánto vale?



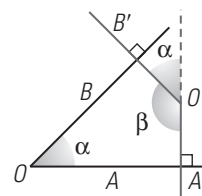
Vale: $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

33. Dibuja tres rectas paralelas cortadas por una secante e indica cuáles de los ángulos que se forman son iguales.

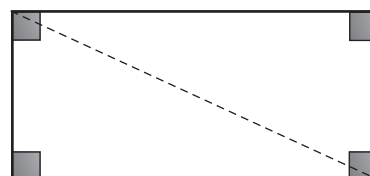


$\hat{1} = \hat{3} = \hat{5} = \hat{7} = \hat{9} = \hat{11}$ y $\hat{2} = \hat{4} = \hat{6} = \hat{8} = \hat{10} = \hat{12}$

34. Dibuja dos ángulos de lados perpendiculares y que sean suplementarios.

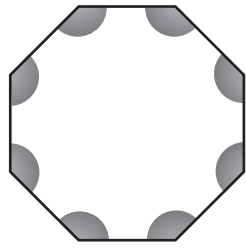


35. Dibuja un rectángulo y todos sus ángulos. ¿Cuánto suman entre todos ellos?



La diagonal divide al rectángulo en dos triángulos.
 Suma de ángulos $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$

36. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un octógono regular?



$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (8 - 2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 1\,080^\circ$$

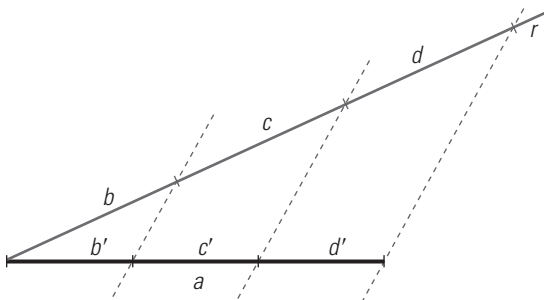
Cada uno de los ocho ángulos mide $1\,080^\circ : 8 = 135^\circ$

2. TEOREMA DE THALES

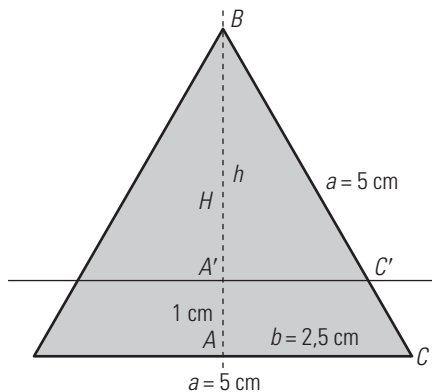
37. Calcula la altura de las torres de Hércules en Los Barrios (Cádiz), sabiendo que su sombra mide 42 m y que en ese mismo instante una persona de 1,74 m proyecta una sombra de 58 cm

$$\frac{0,58}{1,74} = \frac{42}{x} \Rightarrow x = \frac{1,74 \cdot 42}{0,58} = 126 \text{ m}$$

38. Dibuja en tu cuaderno un segmento de 5 cm y divídelo en 3 partes iguales.



39. En un triángulo equilátero de lado 5 cm, trazamos una recta paralela a la base y a 1 cm de la base. Halla la altura de ambos triángulos.



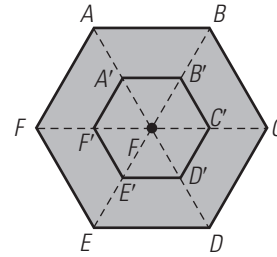
En el triángulo ABC podemos hallar el cateto H :

$$b^2 + H^2 = a^2 \Rightarrow 2,5^2 + H^2 = 5^2 \Rightarrow H^2 = 18,75$$

$$H = \sqrt{18,75} = 4,33 \text{ m}$$

$$h = H - 1 = 4,33 - 1 = 3,33 \text{ cm}$$

40. Dibuja en tu cuaderno un hexágono regular de 1,5 cm de lado. Dibuja otro semejante de razón de semejanza 0,5 y centro el centro del hexágono.

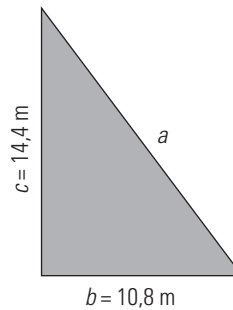


41. ¿Por qué los cuadrados son siempre semejantes?

Porque tienen sus lados y ángulos iguales; cada uno de los ángulos es recto y mide 90°

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

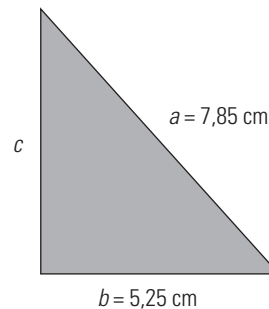
42. Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 10,8 m y 14,4 m



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 10,8^2 + 14,4^2 = 324$$

$$a = \sqrt{324} = 18 \text{ cm}$$

43. En un triángulo rectángulo se conoce un cateto, que mide 5,25 cm, y la hipotenusa, que mide 7,85 cm. Halla cuánto mide el otro cateto.



$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow 5,25^2 + c^2 = 7,85^2 \Rightarrow c^2 = 34,06$$

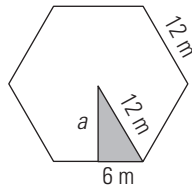
$$c = \sqrt{34,06} = 5,84 \text{ cm}$$

44. Halla todas las ternas pitagóricas en las que los tres números sean menores o iguales que 10

$$3, 4 \text{ y } 5 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow 9 + 16 = 25$$

$$6, 8 \text{ y } 10 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + 64 = 100$$

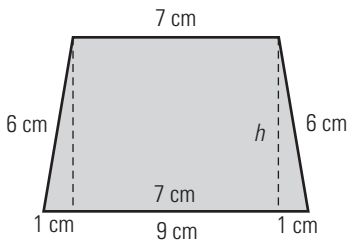
45. Halla la apotema de un hexágono regular en el que el lado mide 12 m



$$a^2 + 6^2 = 12^2 \Rightarrow a^2 + 36 = 144 \Rightarrow a^2 = 108$$

$$a = \sqrt{108} = 10,39 \text{ m}$$

46. Calcula la altura de un trapecio isósceles en el que las bases miden 9 cm, 7 cm, y los lados oblicuos, 6 cm

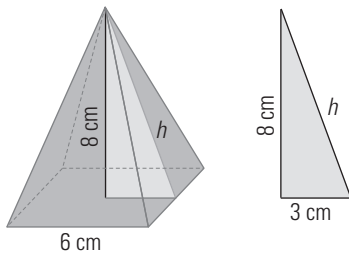


Aplicamos el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de la derecha:

$$h^2 + 1^2 = 6^2 \Rightarrow h^2 + 1 = 36 \Rightarrow h^2 = 35$$

$$h = \sqrt{35} = 5,92 \text{ m}$$

47. Halla la apotema de la siguiente pirámide cuadrangular:

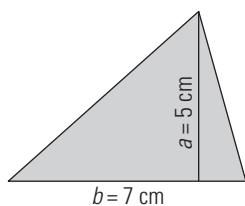


$$h^2 = 3^2 + 8^2 \Rightarrow h^2 = 9 + 64 = 73$$

$$h = \sqrt{73} = 8,54 \text{ cm}$$

4. ÁREA DE FIGURAS PLANAS

48. Calcula mentalmente el área de un triángulo cuya base mide 7 cm y cuya altura es de 5 cm

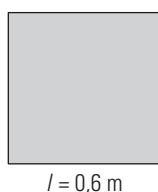


Área:

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{7 \cdot 5}{2} = 17,5 \text{ cm}^2$$

49. Calcula mentalmente el área de un cuadrado cuyo lado mide 0,6 m

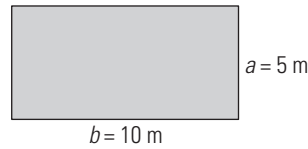


Área:

$$A = l^2$$

$$A = 0,6^2 = 0,36 \text{ m}^2$$

50. Calcula mentalmente el área de un rectángulo que mide la mitad de alto que de largo y cuya altura es de 5 m

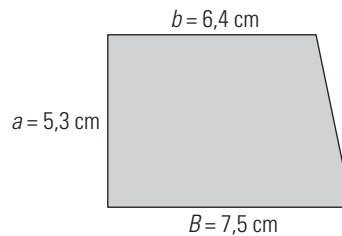


Área:

$$A = b \cdot a$$

$$A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$$

51. Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 7,5 cm y 6,4 cm, y el lado perpendicular a las bases mide 5,3 cm

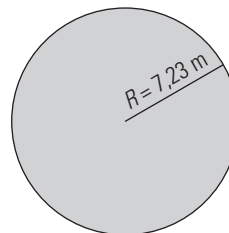


Área:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{7,5+6,4}{2} \cdot 5,3 = 36,84 \text{ cm}^2$$

52. Calcula el área de un círculo cuyo radio mide 7,23 m



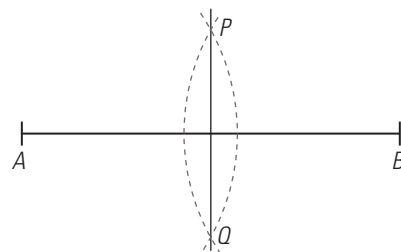
Área:

$$A = \pi R^2$$

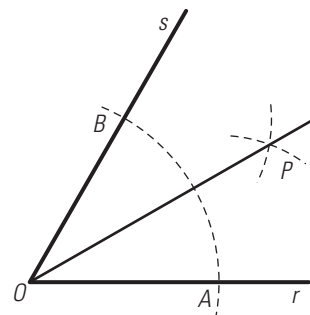
$$A = \pi \cdot 7,23^2 = 164,22 \text{ m}^2$$

PARA AMPLIAR

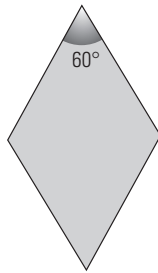
53. Dibuja un segmento de 5 cm y halla su mediatriz.



54. Dibuja un ángulo de 60° y halla su bisectriz.



55. ¿Cuánto miden cada uno de los otros tres ángulos de un rombo en el que uno de sus ángulos mide 60°?

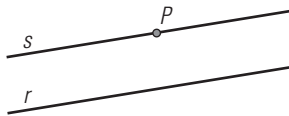


El ángulo opuesto mide lo mismo, 60°

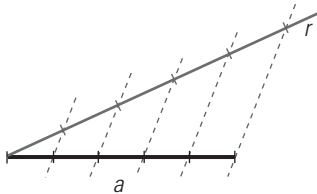
Los otros dos ángulos son suplementarios al de 60° y también son iguales.

Mide cada uno: $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

56. Dibuja una recta r y un punto P que no esté en dicha recta. Traza la recta paralela a r que pasa por el punto P



57. Dibuja en tu cuaderno un segmento de 3 cm y divídelo en 5 partes iguales.



58. Calcula la longitud de un aspa del molino, sabiendo que su sombra mide 5 m y que en ese mismo instante una persona de 1,80 m proyecta una sombra de 2,5 m

$$\frac{2,5}{1,80} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{1,80 \cdot 5}{2,5} = 3,60 \text{ m}$$

59. De los siguientes triángulos di cuál es acutángulo, rectángulo y obtusángulo:

a) $a = 6 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$, $c = 10 \text{ m}$

b) $a = 2 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$, $c = 4 \text{ m}$

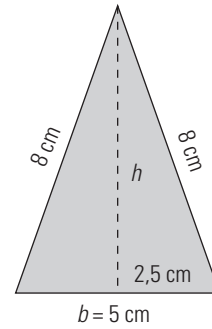
c) $a = 5 \text{ m}$, $b = 6 \text{ m}$, $c = 7 \text{ m}$

a) $6^2 + 8^2 = 36 + 68 = 100$, $10^2 = 100$, como son iguales es rectángulo.

b) $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, $4^2 = 16$, como es mayor es obtusángulo.

c) $5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$, $7^2 = 49$, como es menor es acutángulo.

60. Calcula el área de un triángulo isósceles en el que los lados iguales miden 8 cm, y el desigual 5 cm

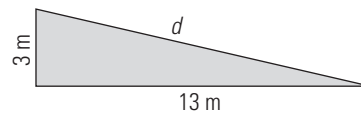


$$2,5^2 + h^2 = 8^2 \Rightarrow h^2 = 57,75$$

$$h = \sqrt{57,75} = 7,60 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 7,6}{2} = 20,52 \text{ cm}^2$$

61. En la siguiente rampa, el lado horizontal mide 13 m, y la altura, 3 m. ¿Cuánto mide la rampa?

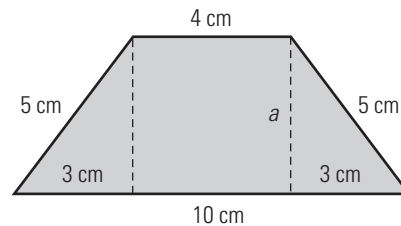


Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 13^2 + 3^2 \Rightarrow d^2 = 169 + 9 = 178$$

$$d = \sqrt{178} = 13,34 \text{ m}$$

62. Calcula el área de un trapecio isósceles en el que las bases miden 10 cm y 4 cm, y los otros dos lados tienen 5 cm cada uno.



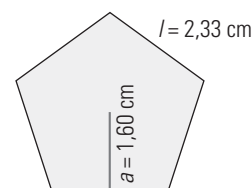
Hay que aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la altura:

$$a = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{10 + 4}{2} \cdot 4 = 28 \text{ m}^2$$

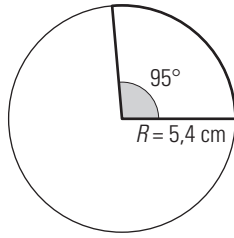
63. Calcula el área del siguiente pentágono:



$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{5 \cdot 2,33 \cdot 1,6}{2} = 9,32 \text{ cm}^2$$

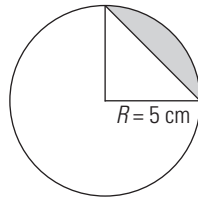
64. Calcula la longitud de un arco cuyo radio mide 5,4 cm y cuya amplitud es de 95°



$$L = \frac{2\pi R}{360} \cdot n^\circ$$

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5,4}{360^\circ} \cdot 95^\circ = 8,95 \text{ cm}$$

65. Calcula el área del segmento circular coloreado de azul en la siguiente figura:



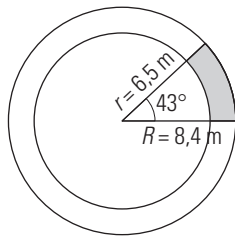
Área:

$$A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}}$$

$$A_{\text{segmento}} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ - \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 5^2}{360^\circ} \cdot 90^\circ - \frac{5 \cdot 5}{2} = 7,13 \text{ m}^2$$

66. Calcula el área de un trapecio circular de radios $R = 8,4 \text{ m}$ y $r = 6,5 \text{ m}$, y de amplitud, 43°



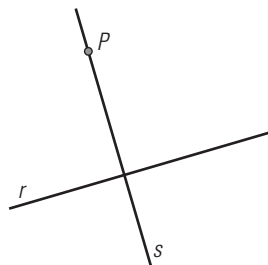
Área:

$$A = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

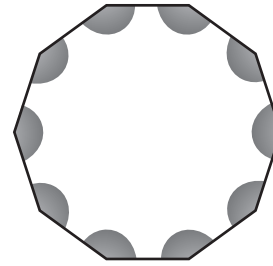
$$A = \frac{\pi(8,4^2 - 6,5^2)}{360^\circ} \cdot 43^\circ = 10,62 \text{ m}^2$$

PROBLEMAS

67. Dibuja una recta r y un punto P exterior a dicha recta. Traza la recta perpendicular a r que pasa por el punto P



68. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un decágono regular?



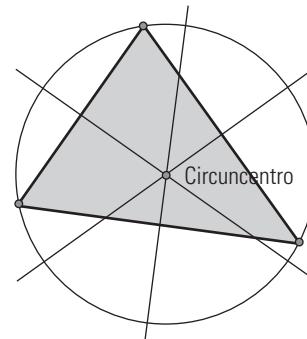
$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (10 - 2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ$$

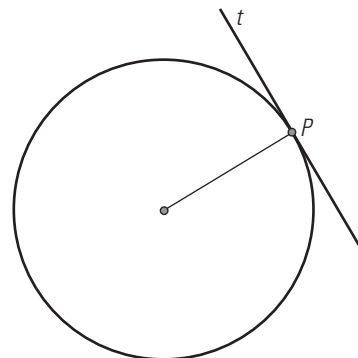
Cada uno de los 10 ángulos mide $1440^\circ : 10 = 144^\circ$

69. Dibuja tres puntos no alineados y, utilizando las propiedades de los lugares geométricos, traza la circunferencia que pasa por ellos.

El centro es un punto que equidista de los extremos y es el circuncentro del triángulo formado por los tres puntos.



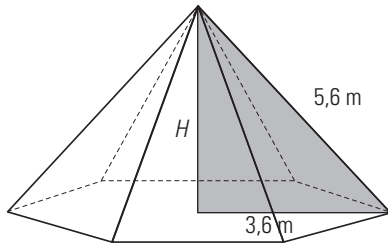
70. Dibuja una circunferencia y traza la recta tangente a dicha circunferencia por uno de sus puntos. Utiliza la propiedad de que la recta tangente es perpendicular al radio que une el punto con el centro.



71. Calcula la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 49,25 m y que en ese mismo instante un objeto de 4 m proyecta una sombra de 2 m

$$\frac{2}{4} = \frac{49,25}{x} \Rightarrow x = \frac{49,25 \cdot 4}{2} = 98,5 \text{ m}$$

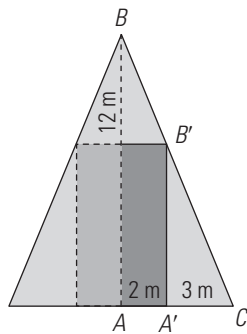
72. Halla la altura de una pirámide hexagonal en la que la arista de la base mide 3,6 m, y la arista lateral, 5,6 m



$$H^2 + 3,6^2 = 5,6^2 \Rightarrow H^2 + 12,96 = 31,36 \Rightarrow H^2 = 18,4$$

$$H = \sqrt{18,4} = 4,29 \text{ m}$$

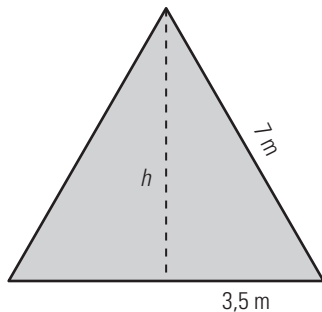
73. Se tiene un rectángulo inscrito en un triángulo isósceles en el que un lado del rectángulo está en el lado desigual del triángulo. El lado desigual del triángulo mide 10 m, y la altura correspondiente, 12 m. Si la base del rectángulo mide 2 m, ¿cuánto mide de altura?



Los triángulos ABC y $A'B'C$ están en posición de Tales, por tanto son semejantes.

$$\frac{5}{3} = \frac{12}{h} \Rightarrow h = \frac{12 \cdot 3}{5} = 7,2 \text{ cm}$$

74. Calcula el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 7 m



$$h^2 + 3,5^2 = 7^2 \Rightarrow h^2 + 12,25 = 49 \Rightarrow h^2 = 36,75$$

$$h = \sqrt{36,75} = 6,06 \text{ m}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{7 \cdot 6,06}{2} = 21,21 \text{ m}^2$$

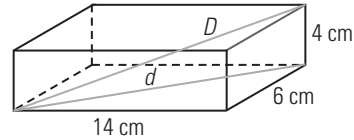
75. Un globo está sujeto a una cuerda de 5 m y observamos que se ha desplazado 1,2 m por el viento. ¿A qué altura está el globo?



$$c^2 + 1,2^2 = 5^2 \Rightarrow c^2 + 1,44 = 25 \Rightarrow c^2 = 23,56$$

$$c = \sqrt{23,56} = 4,85 \text{ m}$$

76. Calcula la diagonal del ortoedro de la figura:

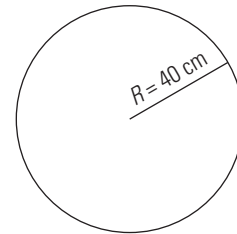


Se aplica el teorema de Pitágoras en el espacio:

$$D^2 = 14^2 + 6^2 + 4^2 = 196 + 36 + 16 = 248$$

$$D = \sqrt{248} = 15,75 \text{ m}$$

77. Calcula el número de vueltas que da una rueda de bicicleta para recorrer 1 km si el radio de la bicicleta mide 40 cm



Longitud de la rueda:

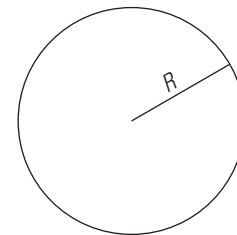
$$L = 2\pi R$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 0,4 = 2,51 \text{ m}$$

N.º de vueltas:

$$1000 : 2,51 = 398,4 \text{ vueltas.}$$

78. Calcula el radio de una circunferencia que mide 37,5 m de longitud.



$$L = 2\pi R$$

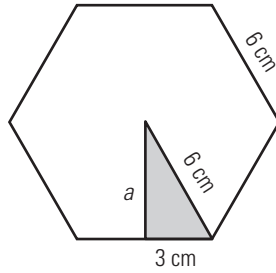
$$2\pi R = 37,5$$

$$R = \frac{37,5}{2\pi} = 5,97 \text{ m}$$

79. Calcula el radio de la Tierra sabiendo que un cuadrante mide 10 000 km

$$2\pi R = 4 \cdot 10\,000 \Rightarrow R = \frac{40\,000}{2\pi} = 6\,366,19 \text{ km}$$

80. Calcula el área de un hexágono regular de lado 6 cm



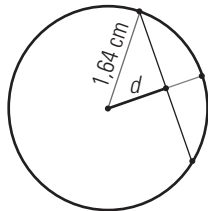
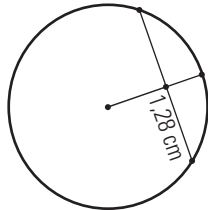
$$a^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow a^2 + 9 = 36 \Rightarrow a^2 = 27$$

$$a = \sqrt{27} = 5,20 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,20}{2} = 93,6 \text{ cm}^2$$

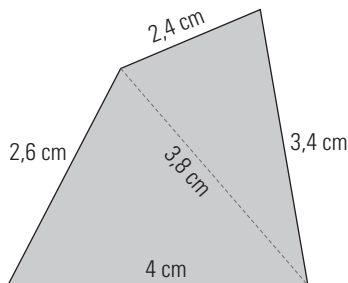
81. En la siguiente circunferencia el radio mide 1,64 cm, y la cuerda, 2,55 cm. Halla la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda.



$$d^2 + 1,28^2 = 1,64^2 \Rightarrow d^2 = 1,0512$$

$$d = \sqrt{1,0512} = 1,03 \text{ cm}$$

82. Calcula el área del siguiente trapezoide:



Tenemos que descomponerlo en dos triángulos y aplicar en cada uno de ellos la fórmula de Herón:

- Triángulo de lados: 4 cm, 2,6 cm y 3,8 cm

Perímetro: 10,4 \Rightarrow Semiperímetro: 5,2

Área: $\sqrt{5,2 \cdot 1,2 \cdot 2,6 \cdot 1,4} = 4,77 \text{ cm}^2$

- Triángulo de lados: 3,8 cm, 2,4 cm y 3,4 cm

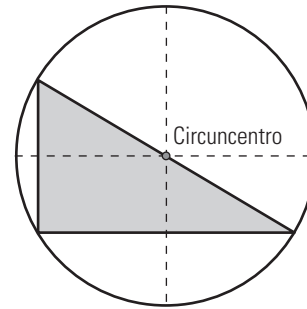
Perímetro: 9,6 \Rightarrow Semiperímetro: 4,8

Área: $\sqrt{4,8 \cdot 1 \cdot 2,4 \cdot 1,4} = 4,02 \text{ cm}^2$

Área total: 4,77 + 4,02 = 8,79 cm²

PARA PROFUNDIZAR

83. Dibuja un triángulo rectángulo y la circunferencia que pasa por los tres vértices. ¿Dónde está el circuncentro del triángulo?



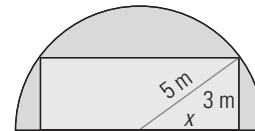
El circuncentro está en el centro de la hipotenusa.

84. La sombra de una torre de alta tensión mide 15 m. En ese mismo momento la sombra de un objeto de 1,5 m mide 2 m. Calcula la altura de la torre de alta tensión.

Se aplica el teorema de Tales.

$$\frac{2}{1,5} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 1,5}{2} = 11,25 \text{ m}$$

85. Calcula el área del siguiente rectángulo inscrito en una semicircunferencia.



Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar x:

$$x^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 = 16$$

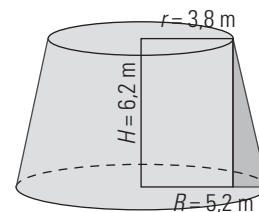
$$x = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

La base mide 2 · 4 = 8 m

Área = b · a

Área = 8 · 3 = 24 m²

86. Halla la generatriz de un tronco de cono en el que los radios de las bases miden 5,2 m y 3,8 m, y la altura, 6,2 m

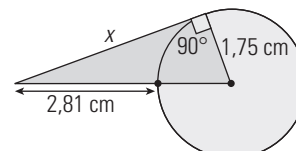


$$G^2 = (R - r)^2 + H^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G^2 = (5,2 - 3,8)^2 + 6,2^2 = 1,4^2 + 6,2^2 = 40,4$$

$$G = \sqrt{40,4} = 6,36 \text{ m}$$

87. Calcula el valor de x en el siguiente dibujo

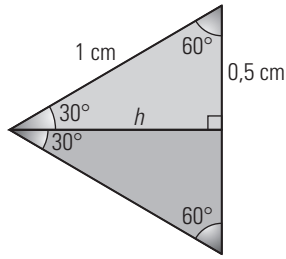


Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + 1,75^2 = (2,81 + 1,75)^2 \Rightarrow x^2 = 17,73$$

$$x = \sqrt{17,73} = 4,21 \text{ cm}$$

88. Calcula el valor de la altura h del siguiente triángulo equilátero:

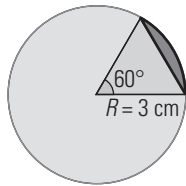


Se aplica el teorema de Pitágoras.

$$h^2 + 0,5^2 = 1^2 \Rightarrow h^2 + 0,25 = 1 \Rightarrow h^2 = 0,75$$

$$h = \sqrt{0,75} = 0,87 \text{ m}$$

89. Calcula el área del segmento circular coloreado de amarillo en la siguiente figura:



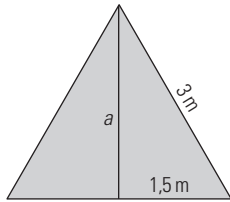
$$A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}}$$

Área del sector:

$$A = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi \cdot 3^2}{360^\circ} \cdot 60^\circ = 4,71 \text{ m}^2$$

Hay que aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la altura.



$$A = \sqrt{3^2 - 1,5^2} = \sqrt{6,75} = 2,60$$

$$\text{Área del triángulo: } 3 \cdot 2,6 : 2 = 3,9 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del segmento: } 4,71 - 3,9 = 0,81 \text{ m}^2$$

APLICA TUS COMPETENCIAS

90. Se dibuja un terreno de forma que 300 m en la realidad son 2 cm en el croquis. Halla la escala y averigua si es un plano o un mapa.

$$2 \text{ cm} : 300 \text{ m} = 2 \text{ cm} : 30\,000 \text{ cm} = 2 : 30\,000 = 1 : 15\,000$$

Es un mapa.

91. Se dibuja un terreno de forma que 100 m en la realidad son 2 cm en el croquis. Halla la escala y averigua si es un plano o un mapa.

$$2 \text{ cm} : 100 \text{ m} = 2 \text{ cm} : 10\,000 \text{ cm} = 2 : 10\,000 = 1 : 5\,000$$

Es un plano.

92. Una fotocopia está reducida al 25%. Si el original era un papel DIN A4 cuyo tamaño es 21 cm x 29,7 cm. Halla el área del original y de la fotocopia.

$$\text{Área del original} = 21 \cdot 29,7 = 623,7 \text{ cm}^2$$

Medidas de la fotocopia:

$$21 \cdot 0,25 = 5,25 \text{ cm}$$

$$29,7 \cdot 0,25 = 7,425 \text{ cm}$$

$$\text{Área de la fotocopia} = 5,25 \cdot 7,425 = 38,98125 \text{ cm}^2$$

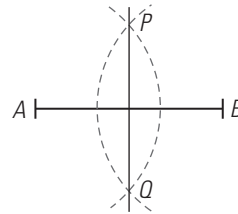
COMPRUEBA LO QUE SABES

1. ¿Qué es una terna pitagórica? Pon un ejemplo.

Una **terna pitagórica** son tres números enteros que verifican el teorema de Pitágoras.

Ejemplo: 3, 4 y 5

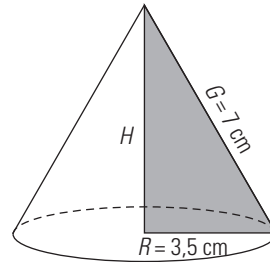
2. Dibuja un segmento de 2,5 cm y halla su mediatriz.



3. Dos triángulos están en posición de Thales y sabemos que $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$ y $AB' = 4 \text{ cm}$. Calcula cuánto mide AC'

$$x = \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{AC'}{3} \Rightarrow AC' = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4 \text{ cm}$$

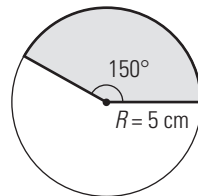
4. Calcula la altura de un cono en el que el radio de la base mide 3,5 cm, y la generatriz, 7 cm



$$R^2 + H^2 = G^2 \Rightarrow 3,5^2 + H^2 = 7^2 \Rightarrow H^2 = 36,75$$

$$H = \sqrt{36,75} = 6,06 \text{ m}$$

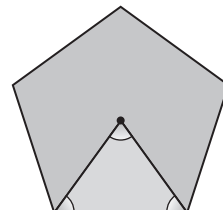
5. Calcula el área de un sector circular de radio 5 cm, y amplitud, 150°



$$A = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi \cdot 5^2}{360^\circ} \cdot 150^\circ = 32,72 \text{ m}^2$$

6. Calcula los tres ángulos del siguiente triángulo que tiene un vértice en el centro del pentágono regular y los otros dos en dos vértices consecutivos.



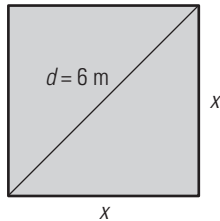
Ángulo central $360^\circ : 5 = 72^\circ$

Cada uno de los otros ángulos $(180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$

- 7. Calcula la altura de la torre Eiffel de París sabiendo que cuando su sombra es de 233,58 m, la sombra de una persona de 1,75 m es 1,25 m. Redondea el resultado a metros.**

$$\frac{1,25}{1,75} = \frac{232}{x} \Rightarrow x = \frac{232 \cdot 1,75}{1,25} = 325 \text{ m}$$

- 8. Calcula el área de un cuadrado en el que la diagonal mide 6 m**



$$x^2 + x^2 = 6^2 \Rightarrow 2x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 18$$

$$\text{Área} = x^2 = 18 \text{ m}^2$$

WINDOWS/LINUX **GEOGEBRA**



PASO A PASO

- 93. Dibuja un segmento y su mediatriz.**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 94. Dibuja un ángulo y traza su bisectriz.**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 95. Comprueba el teorema de Tales.**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 96. Comprueba el teorema de Pitágoras.**

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

- 97. Dibuja un pentágono regular y sus ángulos.**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 98. Dibuja un triángulo, halla su circuncentro y dibuja la circunferencia circunscrita.**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 99. Calcula el valor de π**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 100. Dibuja un rectángulo de base 7 cm, y altura, 3,5 cm. Calcula su perímetro y su área.**

Resuelto en el libro del alumnado.