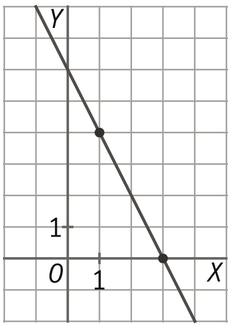
12 Funciones lineales y cuadráticas

1. Comprueba que la función $f(x)=2(x+3)-5(x+1)$ es lineal. Calcula la pendiente y la ordenada en el origen.

$f(x)=2(x+3)-5(x+1)=2x+6-5x-5=-3x+1$. Pendiente: –3, ordenada en el origen: 1.

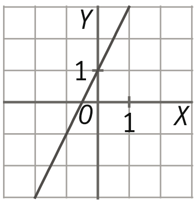
2. Representa la recta que pasa por los puntos $A(1,4)$ y $A(3,0)$. Calcula su pendiente. ¿Es creciente?



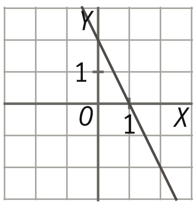
Pendiente: $m=\dfrac{0-4}{3-1}=-2<0\Rightarrow$ Recta decreciente.

3. Asocia en tu cuaderno cada gráfica con su fórmula.

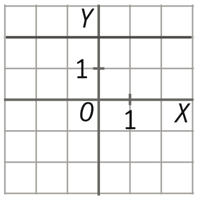
a)



b)



c)



A. $y=2$. **B.** $y=2x+1$ **C.** $y=-2x+2$

a) B. **b)** C. **c)** A.

4. Calcula las imágenes de –1, 10 y –1,5 en la función de proporcionalidad directa $f(x)=-1,5x$.

$f(-1)=-1,5\cdot(-1)=1,5$, $f(10)=-1,5\cdot(10)=-15$, $f(-1,5)=-1,5\cdot(-1,5)=2,25$

5. Si $g(x)$ es una función de proporcionalidad directa, completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

x	**–8**	**…**	**…**	**1**	**4**	**…**
y	**…**	**–7,5**	**0**	**…**	**10**	**8,5**

Si $g(x)$ es de proporcionalidad directa y llamamos a, b, c, d, e a los huecos, entonces:

$$\frac{a}{-8}=\frac{-7,5}{b}=\frac{0}{c}=\frac{d}{1}=\frac{8,5}{e}=\frac{10}{4}=2,5$$

x	–8	-3	0	1	4	3,4
y	–20	–7,5	0	2,5	10	8,5

6. Asocia en tu cuaderno cada tabla con su función lineal correspondiente. Indica la pendiente y la ordenada en el origen. ¿Cuáles son constantes? ¿Cuáles son de proporcionalidad directa?

a)

x	–4	0	4	8
$f(x)$	–1	0	1	2

b)

x	–4	0	4	8
$f(x)$	14	10	6	2

c)

x	–4	0	4	8
$f(x)$	6	6	6	6

d)

x	–4	0	4	8
$f(x)$	–3	5	13	21

A. $f(x)=\frac{1}{4}x$ **B.** $f(x)=2x+5$ **C.** $f(x)=6$ **D.** $f(x)=10-x$

a) A. Prop. directa $m=\frac{1}{4}$ y $n=0$

b) D. $m=-1$ y $n=10$.

c) C. Constante $m=0$ y $n=6$.

d) B. $m=2$ y $n=5$

7. En esta tabla de proporcionalidad directa hay dos errores en los valores de *y*. Encuéntralos y corrígelos.

x	2	5	8	12	15
y	3	7	12	16,8	21

La tabla es de proporcionalidad directa, entonces: $\frac{y}{x}=k$, k constante. Por tanto, los errores se encuentran en los valores que corresponden a 2 y a 8 porque la constante es $\frac{7}{5}=\frac{16,8}{12}=\frac{21}{15}=1,4$. La tabla con los errores corregidos es:

x	2	5	8	12	15
y	2,8	7	11,2	16,8	21

8. Actividad interactiva

9. Obtén la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a) $y=2x-5$ **b)** $3x+2y-3=0$ **c)** $5x-4y=0$

a) Pendiente: 2 Ordenada en el origen: -5

b) Pendiente: $-\frac{3}{2}$ Ordenada en el origen: -$\frac{3}{2}$

c) Pendiente: $\frac{5}{4}$ Ordenada en el origen: 0

10. Actividad resuelta

11. Comprueba si los puntos $A(8,3)$ y $B(-1,-5)$ pertenecen a la recta de ecuación $y=3x-2$.

$3\neq 3\cdot 8-2\Rightarrow A(8,3)$ no pertenece a la recta.

$-5=3\cdot(-1)-2\Rightarrow B(-1,-5)$ pertenece a la recta.

12. Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

a) $A(3,0)$ **y** $B(0,3)$ **b)** $A(2,-1)$ **y** $B(5,2)$

a) $\left.\begin{array}{l} 0 = m\cdot 3 + n \\ 3 = m\cdot 0 + n \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 0 = 3m + n \\ 3 = n \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m = -1 \\ n = 3 \end{array}\right\}$. La ecuación de la recta es $y = -x + 3$.

b) $\left.\begin{array}{l} -1 = m\cdot 2 + n \\ 2 = m\cdot 5 + n \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -1 = 2m + n \\ 2 = 5m + n \end{array}\right\} \Rightarrow -3 = -3m \Rightarrow m = 1, n = -3$. La ecuación de la recta es $y = x - 3$.

13. Calcula la ecuación punto-pendiente de estas rectas:

a) $m = 3$ **y** $B(1,7)$ **b)** $m = -3$ **y** $B(0,2)$

a) $y - 7 = 3(x - 1)$

b) $y - 2 = -3x$

14. ¿Cuál es la pendiente de la recta de ordenada en el origen –1 y que pasa por el punto $A(2,0)$ **?**

Se sustituye en la ecuación de la recta $y = mx + n$ se tiene:

$0 = m\cdot 2 - 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$. Luego la pendiente es $m = \frac{1}{2}$.

15. Copia y completa esta tabla en tu cuaderno:

$ax + by + c = 0$	$y = mx + n$	m	n
$x + 2y - 4 = 0$	•••	•••	•••
•••	$y = -3x + 4$	•••	•••
•••	$y = -2$	•••	•••

$ax + by + c = 0$	$y = mx + n$	m	n
$x + 2y - 4 = 0$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$	$-\frac{1}{2}$	2
$3x + y - 4 = 0$	$y = -3x + 4$	–3	4
$y + 2 = 0$	$y = -2$	0	–2

16. Actividad resuelta

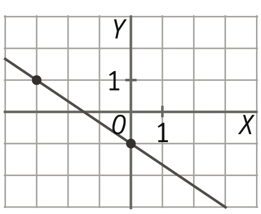
17. Halla la ecuación punto-pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(1,-2)$ **y** $B(5,6)$**. Expresa la ecuación en forma general y explícita.**

Pendiente: $m = \frac{6-(-2)}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$ Ecuación punto-pendiente: $y + 2 = 2(x - 1)$

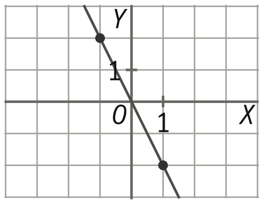
Forma general: $-2x + y + 4 = 0$ Forma explícita: $y = 2x - 4$

18. Escribe la ecuación punto-pendiente de las rectas que pasan por los siguientes pares de puntos e indica el valor de la ordenada en el origen.

a)



b)



a) $A(-3,1), B(0,-1) \Rightarrow m = \frac{-1-1}{0-(-3)} = -\frac{2}{3}$. Ec. punto-pendiente: $y+1 = -\frac{2}{3}(x-0) \Rightarrow y+1 = -\frac{2}{3}x$. $n = -1$

b) $A(-1,2), B(1,-2) \Rightarrow m = \frac{-2-2}{1-(-1)} = \frac{-4}{2} = -2$. Ecuación punto-pendiente: $y-2 = -2(x+1)$. $n = -1$

19. Dados los siguientes pares de rectas, estudia si son paralelas o secantes. Calcula el punto de corte en aquellas que sean secantes.

a) $\begin{matrix} \boldsymbol{r: -x+y=3} \\ \boldsymbol{s: 3x+2y=-4} \end{matrix}$ **b)** $\begin{matrix} \boldsymbol{r: 2x+y=5} \\ \boldsymbol{s: -6x-3y=9} \end{matrix}$ **c)** $\begin{matrix} \boldsymbol{r: -3x+6y=4} \\ \boldsymbol{s: 2x-4y=7} \end{matrix}$ **d)** $\begin{matrix} \boldsymbol{r: x+2y+1=0} \\ \boldsymbol{s: -4y=8} \end{matrix}$

a) $\left.\begin{matrix} m_r = 1 \\ m_s = -\frac{3}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_r \neq m_s$. Secantes. $\begin{cases} -x+y=3 \\ 3x+2y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$. Punto de corte $(-2,1)$.

b) $\left.\begin{matrix} m_r = -2 \\ m_s = -2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_r = m_s$. Paralelas.

c) $\left.\begin{matrix} m_r = \frac{1}{2} \\ m_s = \frac{1}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_r = m_s$. Paralelas.

d) $\left.\begin{matrix} m_r = -\frac{1}{2} \\ m_s = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_r \neq m_s$.Secantes. $\begin{cases} x+2y=-1 \\ -4y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$. Punto de corte $(3,-2)$.

20. Escribe las ecuaciones de dos rectas no paralelas y calcula su punto de corte.

Respuesta modelo: $r: x+y=7$, $s: -2x+3y=5$

Las pendientes $m_r = -1, m_s = \frac{2}{3}$, son distintas, entonces son secantes.

$\begin{cases} x+y=7 \\ -2x+3y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{5} \\ y = \frac{19}{5} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{16}{5}, \frac{19}{5}\right)$ es el punto de corte.

21. Calcula *k* para que las rectas $\boldsymbol{y = 3x+1}$, $\boldsymbol{2x+ky-5=0}$ sean paralelas.

Para que las dos rectas sean paralelas las pendientes tienen que ser iguales: $3 = \frac{-2}{k} \Rightarrow k = -\frac{2}{3}$.

22. Dadas las rectas $\boldsymbol{y = 2x - 2}$, $\boldsymbol{2x + 4y - 8 = 0}$:

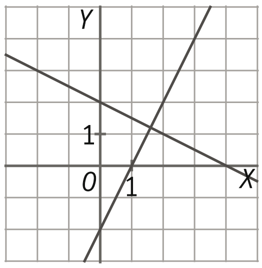
a) Calcula la pendiente de cada recta e indica si son paralelas o secantes.

b) Representa las rectas y comprueba el resultado anterior.

c) A la vista de la gráfica, ¿cómo son las dos rectas? ¿Qué relación encuentras entre sus pendientes?

a) Pendiente de $y = 2x - 2$: 2 Pendiente de $2x + 4y - 8 = 0$: $-\dfrac{1}{2}$. Por tanto, son secantes.

b)



c) Son perpendiculares y la relación de las pendientes es: $2 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$.

23. Actividad resuelta

24. Calcula las siguientes ecuaciones de rectas:

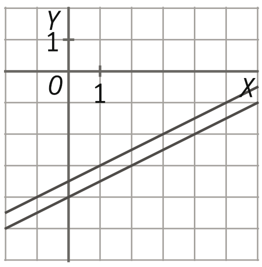
a) Recta paralela a $\boldsymbol{r : x - 2y - 7 = 0}$, que pasa por el punto $\boldsymbol{A(2,-3)}$.

b) Recta paralela a $\boldsymbol{s : y + 3 = 0}$, que pasa por el punto $\boldsymbol{B(-1,0)}$.

a) $r : x - 2y - 7 \Rightarrow y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{7}{2} \Rightarrow m_r = \dfrac{1}{2}$

$-3 = \dfrac{1}{2} \cdot 2 + n \Rightarrow n = -4$

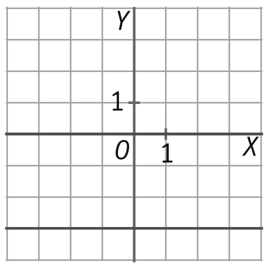
$y = \dfrac{1}{2}x - 4$



b) $s : y + 3 = 0 \Rightarrow m_s = 0$

$0 = 0 \cdot (-1) + n \Rightarrow n = 0$

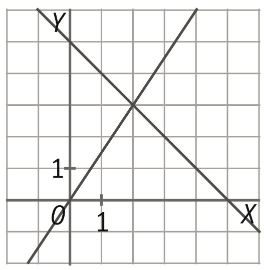
$y = 0$ (eje X)



25. Escribe las ecuaciones de dos rectas que se corten en el punto $\boldsymbol{A(2,3)}$.

Respuesta modelo:

$r : y = \dfrac{3}{2}x$, $s : y = -x + 5$



26. El entrenador de un corredor está tomándole tiempos y en los primeros 12 s obtiene la siguiente tabla:

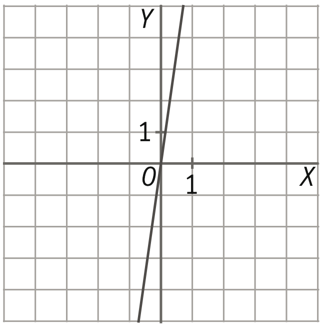
Tiempo (s)	0	3	4	6	10	12
Espacio recorrido (m)	0	21	28	42	70	84

Escribe la función que exprese el espacio recorrido en función del tiempo y dibuja su gráfica.

a) ¿Cuántos metros ha recorrido en 5 s?

b) ¿Cuánto tarda en recorrer los primeros 50 m?

Si x es el tiempo e y el espacio recorrido, entonces la función es $y = 7x$.



a) $y = 7 \cdot 5 = 35$. Recorre 35 m en 5 s.

b) $50 = 7x \Rightarrow x = \frac{50}{7} = 7{,}15\,\text{s}$. Tarda 7,15 s en recorrer 50 m.

27. En el mercado de divisas el dólar cotiza a 0,75 € en un determinado momento.

Escribe la función que expresa el número de dólares en función del número de euros.

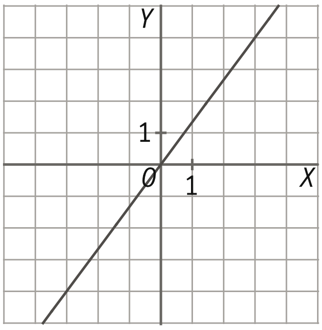
Represéntala y contesta:

a) ¿Cuántos euros cuesta ir al cine en EEUU si la entrada vale 12 $?

b) ¿Cuántos dólares cuesta una bicicleta de 350 €?

c) Una hamburguesa en Europa cuesta de media 3,72 € y en EEUU 4,62 $. ¿Dónde es más barata?

Si x es el número de euros e y el número de dólares, la función es $y = \frac{1}{0{,}75}x$



a) $12 = \frac{1}{0{,}75}x \Rightarrow x = 0{,}75 \cdot 12 = 9$. La entrada de cine cuesta 9 €.

b) $y = \frac{1}{0{,}75} \cdot 350 = 466{,}67$. La bicicleta cuesta 466,67 €.

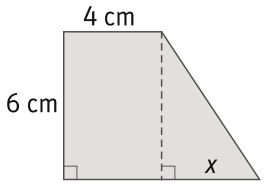
c) Expresamos el precio de la hamburguesa en la misma unidad monetaria:

Hamburguesa en Europa: $y = \frac{1}{0{,}75} \cdot 3{,}72 = 4{,}96\,\$$, luego $4{,}96 > 4{,}62$

Por tanto, la hamburguesa es más barata en EEUU.

28. Actividad resuelta

29. Dada la siguiente figura:



a) Expresa el área del trapecio rectángulo en función de *x*.

b) Calcula la pendiente y la ordenada en el origen.

c) ¿Cuál es el valor del área para *x* = 1 cm?

d) ¿Cuál es el valor de *x* si el área es 33 cm^2?

a) Si llamamos *y* al área del trapecio: $y = \frac{(x+4)+4}{2} \cdot 6 = 3(x+8) = 3x + 24$.

b) Pendiente: 3 Ordenada en el origen: 24

c) Si $x = 1$, $y = 3 \cdot 1 + 24 = 27$. Luego el área es 27 cm^2.

d) Si $y = 33$, $33 = 3x + 24 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$. Luego $x = 3$ cm.

30. Indica cuáles de las siguientes ecuaciones corresponden a funciones cuadráticas.

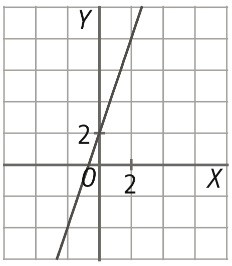
a) $\boldsymbol{f(x) = 2x^2 - 20x + 1}$ **c)** $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 4}$ **e)** $\boldsymbol{f(x) = -x^3 + 6x}$

b) $\boldsymbol{f(x) = x - 4}$ **d)** $\boldsymbol{f(x) = 2(x-1)^2 + 5}$ **f)** $\boldsymbol{f(x) = 6 - x^2}$

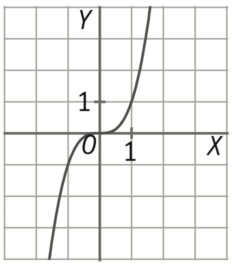
Las funciones cuadráticas son a), c), d) y f).

31. Justifica cuáles de las gráficas corresponden a funciones cuadráticas.

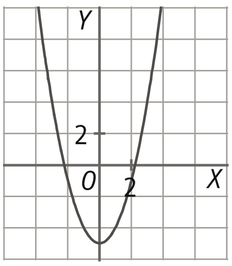
a)



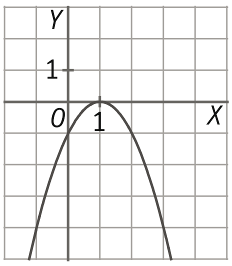
c)



b)



d)

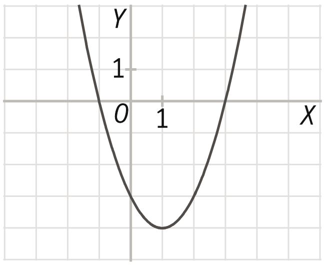


Son funciones cuadráticas b) y d) porque la representación es una parábola.

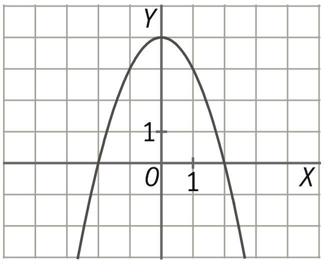
32. Actividad resuelta

33. Observa las siguientes parábolas y contesta a las siguientes preguntas.

I)



II)



a) Escribe las coordenadas de los vértices. ¿Es un máximo o un mínimo absoluto?

b) ¿Tienen puntos de corte con el eje de abscisas? En caso afirmativo, indica sus coordenadas.

c) ¿Tienen puntos de corte con el eje de ordenadas? En caso afirmativo, indica sus coordenadas.

d) Copia las parábolas en tu cuaderno y dibuja el eje de simetría de cada una. ¿Cuál es su ecuación?

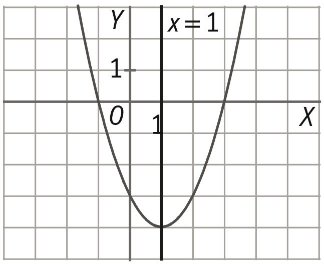
I)

a) Vértice: (1, –4). Es un mínimo absoluto.

b) Sí, corta en dos puntos de coordenadas: (–1, 0), (3, 0).

c) Sí, un solo punto (0, –3).

d) Eje de simetría $x = 1$.



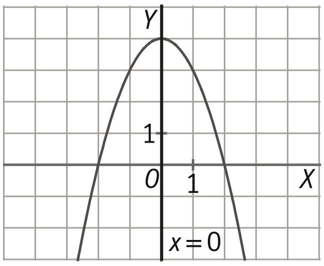
II)

a) Vértice: (0, 4). Es un máximo absoluto.

b) Sí, corta en dos puntos de coordenadas: (–2, 0), (2, 0).

c) Sí, un solo punto (0, 4).

d) Eje de simetría $x = 0$.



34. Actividad resuelta

35. ¿A cuál de las siguientes parábolas pertenecen estos tres puntos $A(-1,0)$, $B(-2,2)$ y $C(4,20)$?

a) $y = x^2 - 2x - 3$ **b)** $y = x^2 + 5x + 6$ **c)** $y = -x^2 + 7x + 8$ **d)** $y = x^2 + x$

a) $A(-1,0) \Rightarrow 0 = (-1)^2 - 2\cdot(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0 \Rightarrow A$ pertenece a la parábola.

$B(-2,2) \Rightarrow 2 = (-2)^2 - 2\cdot(-2) - 3 = 4 + 4 - 3 = 5 \Rightarrow 2 \neq 5 \Rightarrow$ B no pertenece a la parábola.

$C(4,20) \Rightarrow 20 = (4)^2 - 2\cdot 4 - 3 = 5 \Rightarrow 20 \neq 5 \Rightarrow$ C no pertenece a la parábola.

b) $A(-1,0) \Rightarrow 0 = (-1)^2 + 5\cdot(-1) + 6 = 1 - 5 + 6 = 2 \Rightarrow -1 \neq 2 \Rightarrow A$ no pertenece a la parábola.

$B(-2,2) \Rightarrow 2 = (-2)^2 + 5\cdot(-2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 \Rightarrow 2 \neq 0 \Rightarrow$ B no pertenece a la parábola.

$C(4,20) \Rightarrow 20 = (4)^2 + 5\cdot 4 + 6 = 42 \Rightarrow 20 \neq 42 \Rightarrow$ C no pertenece a la parábola.

c) $A(-1,0) \Rightarrow 0 = -(-1)^2 + 7\cdot(-1) + 8 = -1 - 7 + 8 = 0 \Rightarrow$ A pertenece a la parábola.

$B(-2,2) \Rightarrow 2 = -(-2)^2 + 7\cdot(-2) + 8 = -4 - 14 + 8 = -10 \Rightarrow 2 \neq -10 \Rightarrow$ B no pertenece a la parábola.

$C(4,20) \Rightarrow 20 = -(4)^2 + 7\cdot(-1) + 8 = -16 - 7 + 8 = -15 \Rightarrow 20 \neq -15 \Rightarrow$ C no pertenece a la parábola.

d) $A(-1,0) \Rightarrow 0 = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0 \Rightarrow$ A pertenece a la parábola.

$B(-2,2) \Rightarrow 2 = (-2)^2 + (-2) = 4 - 2 = 2 \Rightarrow$ B pertenece a la parábola.

$C(4,20) \Rightarrow 20 = (4)^2 + 4 = 20 \Rightarrow$ C pertenece a la parábola.

36. Actividad resuelta

37. ¿Cuál es el valor de *a* en la función $f(x) = x^2 - 5x + a$, si el punto *A*(–1, 7) pertenece a su gráfica?

$7 = (-1)^2 - 5\cdot 1 + a \Rightarrow 7 = 1 - 5 + a \Rightarrow a = 11$.

38. Indica el sentido de las ramas de las siguientes parábolas y si el vértice es un máximo o un mínimo absoluto.

a) $y = (4 - x)^2 - (2x + 1)^2$ **b)** $y = (5 - x)^2$ **c)** $y = (3 - x)\cdot(x + 1)$ **d)** $y = 9(x + 1)^2 - x^2$

a) $y = (4 - x)^2 - (2x + 1)^2 = -3x^2 - 12x + 15$, ramas hacia arriba porque *a* = –3 < 0. El vértice es máximo absoluto.

b) $y = (5 - x)^2 = x^2 - 10x + 25$, ramas hacia arriba porque *a* = 1 > 0. El vértice es mínimo absoluto.

c) $y = (3 - x)\cdot(x + 1) = -x^2 + 2x + 3$, ramas hacia abajo porque *a* = –1 < 0. El vértice es máximo absoluto.

d) $y = 9(x + 1)^2 - x^2 = 8x^2 + 18x + 9$, ramas hacia arriba porque *a* = 8 > 0. El vértice es mínimo absoluto.

39. Calcula las coordenadas del vértice de estas parábolas.

a) $y=(x-1)^2-1$ **b)** $y=x^2+4x+1$ **c)** $y=x-x^2$ **d)** $y=3x^2-18x$

a) $y=(x-1)^2-1=x^2-2x$. Vértice: $x=\frac{2}{2}=1$, $y=1^2-2\cdot1=-1$, es decir, $V(1,-1)$.

b) Vértice: $x=\frac{-4}{2}=-2$, $y=(-2)^2+4\cdot(-2)+1=-3$, es decir, $V(-2,-3)$.

c) Vértice: $x=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$, es decir, $V\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$.

d) Vértice: $x=\frac{18}{2\cdot3}=\frac{18}{6}=3$, $y=3\cdot3^2-18\cdot3=-27$, es decir, $V(3,-27)$.

40. Calcula el vértice y el eje de simetría de estas parábolas.

a) $y=x^2-2x+3$ **b)** $y=x^2-5x+4$ **c)** $y=x^2+6x+1$ **d)** $y=x^2+x$

a) Vértice: $x=\frac{2}{2}=1, y=1^2-2\cdot1+3=2\Rightarrow V(1,2)$. Eje de simetría x = 1.

b) Vértice: $x=\frac{5}{2}, y=\left(\frac{5}{2}\right)^2-5\cdot\frac{5}{2}+4=-\frac{9}{4}\Rightarrow V\left(\frac{5}{2},-\frac{9}{4}\right)$. Eje de simetría $x=\frac{5}{2}$.

c) Vértice: $x=\frac{-6}{2}=-3, y=(-3)^2+6\cdot(-3)+1=-8\Rightarrow V(-3,-8)$. Eje de simetría $x=-3$.

d) Vértice: $x=\frac{-1}{2}, y=\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\Rightarrow V\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$. Eje de simetría $x=-\frac{1}{2}$.

41. Calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las siguientes parábolas.

a) $y=2(x-1)^2+5$ **b)** $y=x^2-20x+21$ **c)** $y=x^2-4x$ **d)** $y=-x^2+6x$

a) Corte con eje X: No tiene.

Corte con eje Y: $(0,7)$.

b) Corte con eje X: $y=0\Rightarrow x^2-20x+21=0\Rightarrow x=\frac{20\pm\sqrt{316}}{2}\Rightarrow\left(\frac{20+\sqrt{316}}{2},0\right),\left(\frac{20-\sqrt{316}}{2},0\right)$.

Corte con eje Y: $(0,21)$.

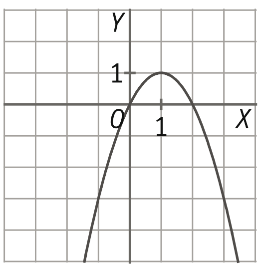
c) Corte con eje X: $y=0\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow x(x-4)=0\Rightarrow x=0, x=4\Rightarrow(0,0),(4,0)$ Corte con eje Y: $(0,0)$.

d) Corte con eje X: $y=0\Rightarrow -x^2+6x=0\Rightarrow x(-x+6)=0\Rightarrow x=0, x=6\Rightarrow(0,0),(6,0)$ Corte con eje Y: $(0,0)$.

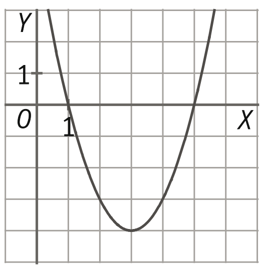
42. Dibuja las parábolas:

a) $y=-x^2+2x$ **b)** $y=x^2-6x+5$ **c)** $y=x^2-2x+6$

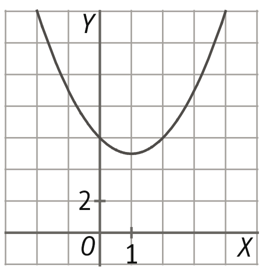
a)



b)



c)



43. Actividad resuelta

44. Si el punto $A(k, -9)$ pertenece a la parábola $y = x^2 - 7x + k$, calcula el vértice.

$A(k, -9)$ pertenece a la parábola: $-9 = k^2 - 7k + k \Rightarrow k^2 - 6k + 9 = 0$. Resolviendo, $k = 3$.

La parábola es: $y = x^2 - 7x + 3$ y el vértice: $x = \frac{7}{2}, y = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7 \cdot \frac{7}{2} + 3 = \frac{37}{4} \Rightarrow V\left(\frac{7}{2}, \frac{37}{4}\right)$.

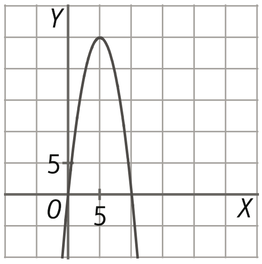
45. Encuentra el valor máximo del producto de dos números que sumen 10.

Llamando x a uno de los números e y el valor máximo del producto de los dos números que suman 10, entonces:

$y = x(10 - x) = -x^2 + 10x$.

Se tiene que calcular el máximo de una parábola con las ramas hacia abajo porque $a = -1 < 0$.

Por tanto, el máximo se tiene en el vértice: $x = \frac{-10}{-2} = 5$, $y = -5^2 + 5 \cdot 10 = 25$



El valor máximo es 25.

46. ¿Cuáles son las dimensiones de una parcela rectangular de perímetro 80 m y área máxima?(Recuerda que los cuadrados también son rectángulos)

Llamando x e y a las dimensiones del rectángulo, se tiene:

Área: $A = xy$ Perímetro: $P = 2x + 2y$

$P = 2x + 2y \Rightarrow y = \frac{80 - 2x}{2} = 40 - x$

$A = x(40 - x) = -x^2 + 40x$

Se tiene que calcular el máximo de una función cuadrática con a < 0. Por tanto, el valor máximo es el vértice de la parábola.

$x = \frac{-40}{-2} = 20 \Rightarrow y = 40 - 20 = 20$

Por tanto, la parcela tiene que ser cuadrada de lado 20 m para que el área sea máxima.

47. La función que representa el beneficio obtenido por una empresa si vende x unidades de uno de sus productos es $f(x) = -70x^2 + 2800x - 45000$. ¿Cuántas unidades tiene que vender para maximizar sus beneficios?

La función beneficio es una función cuadrática con a < 0, entonces el máximo se obtiene en el vértice de la parábola.

Por tanto, tenemos que calcular la abscisa del vértice:

$$x = \frac{-2800}{2 \cdot (-70)} = \frac{2800}{140} = 20$$

Tiene que vender 20 unidades para maximizar beneficios.

48. La temperatura, en grados centígrados, el día 28 de junio en Lisboa se puede expresar mediante la función:

$f(x)=\dfrac{-9x^2+200x+1000}{100}$, siendo x la hora del día comprendida en el intervalo $[0,24)$.

a) Calcula la temperatura que había al comienzo y al final del día.

b) Calcula la hora a la que hubo mayor temperatura y su valor.

a) La temperatura al comienzo del día es para x = 0: $f(0)=10$ grados centígrados.

La temperatura al final del día es para x = 24, $f(24)=6{,}16°\text{C}$.

b) $f(x)$ es una función cuadrática con a < 0, entonces el máximo se tiene en el vértice. Por tanto, tenemos que calcular la abscisa del vértice:

$$x=\frac{-\frac{200}{100}}{2\cdot\left(\frac{-9}{100}\right)}=\frac{\frac{200}{100}}{\frac{18}{100}}=\frac{200}{18}=11{,}11$$

Luego, la máxima temperatura se obtuvo a las 11 horas y 18 minutos. Sustituyendo, la temperatura fue 21,11ºC

49. Las siguientes tablas corresponden a distintas funciones lineales. Indica las que son funciones constantes o de proporcionalidad directa.

a)

x	**–3**	**–1**	**0**	**2**
y	**–11**	**–5**	**–2**	**4**

b)

x	**–6**	**0**	**4**	**7**
y	**–3**	**0**	**2**	**3,5**

c)

x	**–2**	**0**	**1**	**3**
y	**30**	**0**	**–15**	**–45**

d)

x	**–3**	**0**	**1**	**2**
y	**–2**	**–2**	**–2**	**–2**

a) No es constante ni de proporcionalidad directa.

b) Corresponde a una función de proporcionalidad directa.

c) Corresponde a una función de proporcionalidad directa.

d) Corresponde a una función constante.

50. Asocia cada tabla del ejercicio anterior a una de las siguientes funciones. Indica la pendiente o en su caso, la constante de proporcionalidad y la ordenada en el origen.

a) $f(x)=\dfrac{1}{2}x$ b) $f(x)=-2$ c) $f(x)=3x-2$ d) $f(x)=-15x$

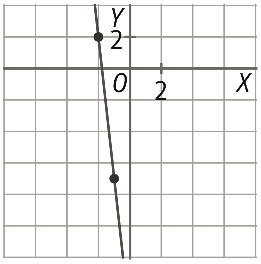
a) $f(x)=\dfrac{1}{2}x$. Tabla b). Pendiente: $m=\dfrac{1}{2}$. Ordenada en el origen: n = 0.

b) $f(x)=-2$. Tabla d). Pendiente: m = 0. Ordenada en el origen: n = –2.

c) $f(x)=3x-2$. Tabla a). Pendiente: m = 3. Ordenada en el origen: n = –2.

d) $f(x)=-15x$. Tabla c). Pendiente: m = –15. Ordenada en el origen: n = 0.

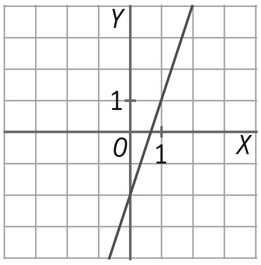
51. Representa la recta que pasa por los puntos *A*(–2, 2) y *B*(–1, –7). Calcula su pendiente. ¿Es creciente?



Pendiente: $m = \dfrac{-7-2}{-1-(-2)} = \dfrac{-9}{1} = -9 < 0$

La recta es decreciente.

52. Representa gráficamente la función lineal que verifica $f(2) = 4$ y $f(-1) = -5$. ¿Cuál es su pendiente? ¿Y su ordenada en el origen?



Pendiente: $m = \dfrac{-5-4}{-1-2} = \dfrac{-9}{-3} = 3 > 0$

Ordenada en el origen: $n = -2$

53. Una función lineal $f(x)$ verifica que $f(4) - f(1) = 6$. ¿Cuál es el valor de su pendiente?

Pendiente $m = \dfrac{f(4) - f(1)}{4-1} = \dfrac{6}{3} = 2$

54. Sabiendo que *f*(*x*) es una función lineal:

a) Completa la siguiente tabla utilizando solamente la idea de pendiente.

x	**2**	**4**	**6**	**10**
***f*(*x*)**	**13**	**21**	**…**	**…**

b) Confirma que tus cálculos son correctos escribiendo una expresión para *f*(*x*).

a) Si *a* y *b* son los valores que faltan, entonces:

$\dfrac{a-21}{6-4} = \dfrac{21-13}{4-2} \Rightarrow a - 21 = 8 \Rightarrow a = 29$ $\quad \dfrac{b-21}{10-4} = \dfrac{21-13}{4-2} \Rightarrow b - 21 = 24 \Rightarrow b = 45$

Por tanto la tabla completa es:

x	2	4	6	10
***f*(*x*)**	13	21	29	45

b) La función lineal pasa por los puntos *A*(2, 13) y *B*(4, 21), entonces una expresión para *f*(*x*) es:

$\left.\begin{array}{l} 13 = m \cdot 2 + n \\ 21 = m \cdot 4 + n \end{array}\right\} \Rightarrow -8 = -2m \Rightarrow m = 4, n = 5$. Luego $f(x) = 4x + 5$.

55. ¿Corresponde esta tabla a una función de proporcionalidad directa? En caso afirmativo, calcula su constante de proporcionalidad.

2	$\mathbf{10^5}$	$\mathbf{3{,}6\cdot 10^7}$	**0**	$\mathbf{\frac{1}{8}\cdot 10^{-3}}$
***f*(*x*)**	$\mathbf{2\cdot 10^2}$	$\mathbf{7{,}2\cdot 10^4}$	**0**	$\mathbf{\frac{1}{4}\cdot 10^{-6}}$

Corresponde a una función de proporcionalidad directa porque $\dfrac{2\cdot 10^2}{10^5}=\dfrac{7{,}2\cdot 10^4}{3{,}6\cdot 10^7}=\dfrac{\frac{1}{4}\cdot 10^{-6}}{\frac{1}{8}\cdot 10^{-3}}=2\cdot 10^{-3}$.

La constante de proporcionalidad es $2\cdot 10^{-3}$ y una expresión para *f*(*x*) es $f(x)=2\cdot 10^{-3}x$.

56. La función $f(x)=(x+1)^2-x^2$ corresponde con la diferencia de cuadrados de dos números consecutivos.

a) Demuestra que es una función lineal.

b) Encuentra dos números enteros consecutivos cuya diferencia de cuadrados sea 2013.

a) Se desarrolla el cuadrado y se simplifica la expresión:

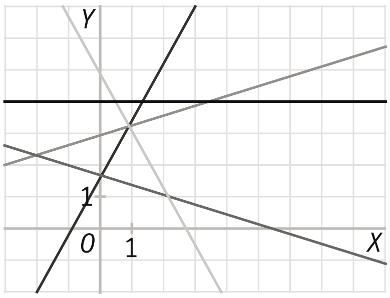
$$f(x)=(x+1)^2-x^2=x^2+2x+1-x^2=2x+1$$

Por lo tanto $f(x)$ es una función lineal.

b) Se resuelve $2013=(x+1)^2-x^2=2x+1 \Rightarrow 2013-1=2x \Rightarrow 2012=2x \Rightarrow x=\dfrac{2012}{2}=1006$

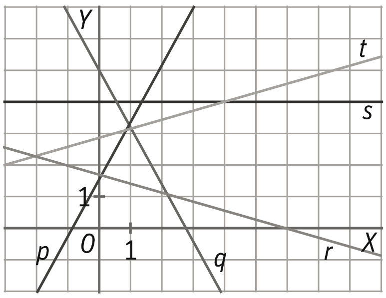
Por lo tanto un número es 1006 y el otro 1007.

57. Ordena de menor a mayor las pendientes de las siguientes rectas.



¿Qué rectas pasan por el origen?

¿Cuáles son horizontales?



Se observan las pendientes de las rectas y se tiene:

$$m_q < m_r < m_s < m_t < m_p$$

Ninguna recta pasa por el origen.

Es horizontal la recta *s* que tiene pendiente 0.

58. Actividad resuelta